

行测的理念

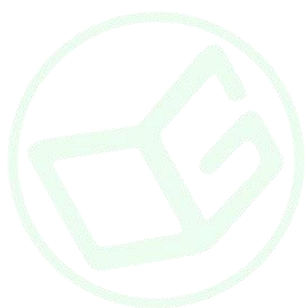
(参考答案)

成 公 教 育 编 著



扫 描 二 维 码 ， 观 看 线 上 网 课

（内部资料，仅供学习交流使用）



成公教育



210102020623S

成公教育简介

成公教育创始于 2009 年，前身是万公教育，于 2016 年重组注册后，正式步入公考舞台。成公教育是一家集公务员、事业单位、招警、选调生、村干部、三支一扶、军转干、银行、党政领导干部公开遴选、教师招录等研究、培训于一体的综合性教育产业。公司拥有精良而雄厚的师资，先进而完善的教研体系，高效而庞大的管理团队，为全国各地学员提供了一个学习，研讨，交流及互动的综合性发展平台。

公司于 2008 年 2 月份成立，起初通过高端平台从事干部公开遴选等高端培训，从 2010 年开始先后成立了公务员考试申论研究院、行政职业能力测验研究院、公共基础知识研究院、面试研究院及蒙语事业部等学术、教学研究部门。

成公教育，秉承“做学术、做教育、做口碑、做责任”的教育理念，为全国各地不同级别的机关单位培养了大批优秀人才，取得了良好的社会效应，是社会公认的师资力量强大，具有较强权威性、影响力，资源丰富的公务员考试研究机构！走进成公，成为家人，会有机会和各界精英同窗学习，享有较高的起步平台和不一样的人脉资源！公务员之路，从成公起步！

成公教育学术教研院针对公务员考试大纲研发出独到的授课体系和方法，分阶段、分步骤展开课程教学，从基础强化到封闭集训，熟练掌握各类技巧和方法，再到考前押题冲刺，时间短，见效快！

成公教育的口号是：“聚中华之名师，创成公之典范”“学员就是我们的广告”“用生命做口碑”。成公教育多年来在业内创造了极好的口碑，并创造了极高的通过率。

学员送给成公教育的感恩之语是：“只要你从成公教育的课堂走出，你就站在了竞争对手无法抵达的高度！”

目 录



资料分析.....	1
资料分析考纲、考情综述.....	1
专题一 基础理论.....	1
01 讲 增长率的计算.....	2
02 讲 增长量的计算.....	8
03 讲 比重.....	12
04 讲 倍数和翻番.....	17
05 讲 平均数.....	25
06 讲 顺差、逆差、进出口贸易总和.....	33
07 讲 三大产业.....	34
08 讲 贡献率.....	34
09 讲 拉动增长.....	35
专题二：重要模型.....	36
01 讲 判断现期与基期比重变化的公式.....	36
02 讲 比重差公式.....	40
03 讲 隔年增长率的计算.....	44
04 讲 年均增长率的计算.....	47
05 讲 混合增长率的计算.....	49
06 讲 判断平均数变化.....	53
07 讲 平均数增长率的计算公式.....	56
专题三：估算方法.....	60

01 讲 尾数法.....	60
02 讲 首数法.....	62
03 讲 有效数字法.....	67
04 讲 比例法.....	72
05 讲 特征数字法.....	76
06 讲 比较大小.....	79
专题四：真题精讲.....	89
数量关系.....	102
数量关系考纲、考情综述.....	102
专题一：基本解题方法.....	103
01 讲 代入排除法.....	103
02 讲 特殊值法（赋值法）.....	107
03 讲 方程法.....	108
04 讲 十字交叉法.....	112
专题二：题型分类精讲.....	116
01 讲 计算问题.....	116
02 讲 工程问题.....	119
03 讲 行程问题.....	123
04 讲 利润问题.....	130
05 讲 排列组合.....	133
06 讲 概率问题.....	140
07 讲 最值问题一和定最值.....	144
08 讲 几何问题.....	146



资料分析

资料分析考纲、考情综述

(1) 题型分布

	2017	2018	2019	2020		2021	
				地市	副省	地市	副省
简单计算	5	4	4	1	3	2	2
增长率	3	2	4	2	1	4	1
增长量	1	1	2	3	3	2	1
比重问题	4	7	1	4	5	5	4
平均数问题	1	1	3	6	4	2	6
倍数与比值	2	1	2	-	-	1	2
综合分析	4	4	4	4	4	4	4
总题量	20	20	20	20	20	20	20

(2) 资料分析考试大纲：资料分析主要测查报考者对各种形式的文字、图表等资料的综合理解与分析加工能力，这部分内容通常由统计性的图表、数字及文字材料构成。

考查形式：文字资料、表格资料、图形资料、综合资料。

(3) 大纲解析

针对一段资料一般有 1~5 个问题，报考者需要根据资料所提供的信息进行分析、比较、推测和计算，从四个备选答案中选出符合题意的答案。

分析：①速读材料；②根据问题定位数据；③根据数据准确列式

比较：比较分数大小，如：增长率大小、比重大小。

推测：能根据材料中所给数据快速判断其合理性、能否求出、正确与否等。（也包括排序题）计算：①准确列式（必要化简）②快速估算



专题一 基础理论

01 讲 增长率的计算

核心知识

(1) 增长率的概念在行测考试中用来表示数量增加或减少的相对量。在列式解答与增长率有关的题目时，关键需要明确哪个量作为基准，在一般情况下都是以比后边的量作为基准。增长率的一般计算公式。

(2) 知道现期值求基期值。

(3) 同比增长率、环比增长率。

(4) 百分点的概念；如何用百分点来求百分数。

(5) 增长率的另外两种叫法：增速、增幅。

经典例题

【例 1】

2015-2016 年中国生活服务电商市场交易规模统计表

单位：亿元

	2015 年	2016 年
在线餐饮外卖市场	530.6	1761.5
移动出行市场	999.0	2038.0
在线旅游市场	4487.2	6138.0

问题：2016 年在线旅游市场交易规模约比上年增加了（ ）。

A. 37%

B. 63%

C. 104%

D. 132%

【答案】A

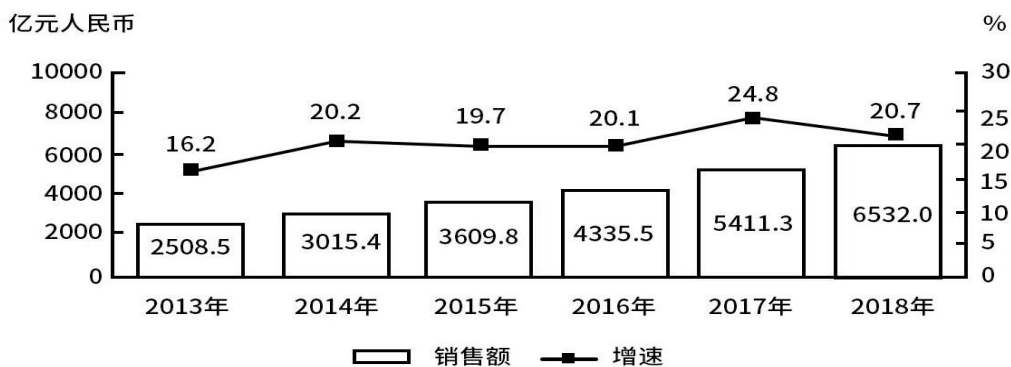
【解析】求增长率。列式为 $(6138 - 4487.2) \div 4487.2 = 36.8\%$ ，与 A 项最接近。



【例 2】

2013~2018 年中国集成电路进出口状况

	进口		出口	
	数量 (亿块)	金额 (亿美元)	数量 (亿块)	金额 (亿美元)
2013 年	2663.1	2313.4	1426.7	877.0
2014 年	2856.5	2176.2	1535.2	608.6
2015 年	3140.0	2300.0	1827.7	693.2
2016 年	3425.5	2270.7	1810.1	613.8
2017 年	3770.1	2601.4	2043.5	668.8
2018 年	4175.7	3120.6	2171.0	846.4



问题：2013~2018 年间中国集成电路产业销售额增速最高的年份，当年集成电路进口金额同比约增加（ ）。

- A. 5% B. 10%
- C. 15% D. 20%

【答案】 C

【解析】求增长率。根据图 2 可知，2013—2018 年间中国集成电路产业销售额增速最高的年份为 2017 年，再通过图 1 可知：2017 年集成电路进口金额为 2601.4 亿美元，2016 年集成电路进口金额为 2270.7 亿美元，所以增长率 $=\frac{2601.4-2270.7}{2270.7}=\frac{330.7}{2270.7}\approx 14.56\%$ ，与 C 项最接近。

【例 3】2013 年末全国共有群众文化机构 44260 个，比上年末增加 384 个，其中乡镇文化站 34343 个，增加 242 个。年末群众文化机构从业人员 164355 人，比上年末增加 8127 人，群众文化机构实际使用房屋建筑面积 3389.4 万平方米。比上年末



增长 6.9%，年末群众文化机构共有馆办文艺团体 6022 个，演出 15.13 万场，观众 6569 万人次。

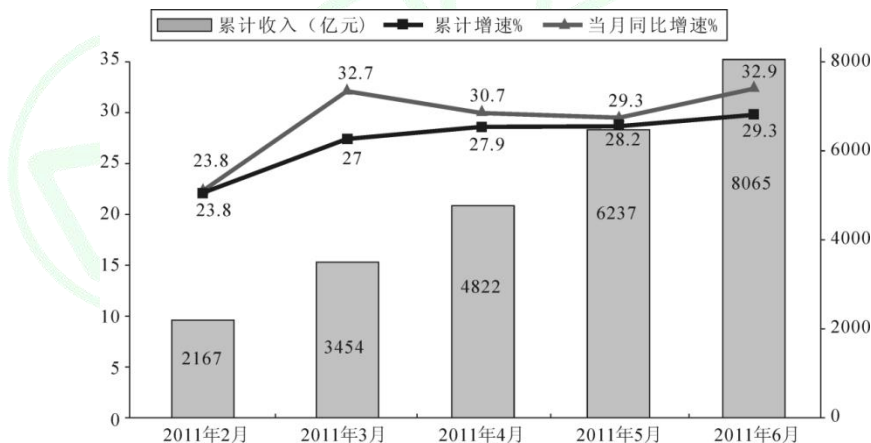
问题：2013 年末全国群众文化机构数量同比约增长了（ ）。

- A. 8% B. 3%
- C. 0.9% D. 0.4%

【答案】 C

【解析】求增长率。根据第一段可知，2013 年末全国共有群众文化机构 44260 个，比上年末增加 384 个。所以 2013 年末全国群众文化机构数量同比增长率为 $\frac{384}{44260-384} = \frac{384}{43876}$ ， $\frac{384}{43876} < \frac{438}{43876} = 1\%$ ，排除 A、B；分母保留三位进行计算： $\frac{384}{439}$ ，首位商 8，与 C 项最为接近。

【例 4】2011 年上半年，我国软件产业实现软件业务收入 8065 亿元，同比增长 29.3%，增速比去年同期高 0.2 个百分点；实现利润 103 亿元，同比增长 34.9%。其中，6 月份完成软件业务收入 1828 亿元，同比增长 32.9%，增速比 5 月份回升 3.6 个百分点。



问题：2011 年二季度软件业务收入环比增长了约（ ）。

- A. 30.2% B. 33.5%
- C. 36.7% D. 39.4%

【答案】 B

【解析】求增长率。2011 年第二季度软件业务收入为 $8065 - 3454 = 4611$ （亿



元)，与 2011 年一季度相比，二季度软件业务收入增长了 $(4611 - 3454) \div 3454 \approx 33.5\%$ 。

【例 5】截至 2019 年 3 月 31 日，各主营业务收入分别为代理买卖证券业务净收入（含席位租赁）221.49 亿元，同比增长 13.77%；证券承销与保荐业务净收入 66.73 亿元，同比增长 19.5%；财务顾问业务净收入 20.95 亿元，同比增长 15.17%；投资咨询业务净收入 7.15 亿元，同比增长 5.15%，资产管理业务净收入 57.33 亿元，同比下降 15.43%；证券投资收益（含公允价值变动）514.05 亿元，同比增长 215.17%；利息净收入 69.04 亿元，同比增长 4.94%；当期实现净利润 440.16 亿元，同比增长 86.83%；119 家公司实现盈利，同比增长 10.19%。

问题：2018 年第一季度，131 家证券公司代理买卖证券业务净收入（含席位租赁）约为（ ）。

A. 184.6 亿元

B. 190.1 亿元

C. 194.7 亿元

D. 204.2 亿元

【答案】C

【解析】求基期量。根据材料可知：2019 年第一季度，各主营业务收入分别为代理买卖证券业务净收入（含席位租赁）221.49 亿元，同比增长 13.77%。所以 2018 年第一季度 131 家证券公司代理买卖证券业务净收入（含席位租赁）为 $\frac{221.49}{1+13.77\%} = \frac{221.49}{1.1377} \approx 194.7$ 亿元。

【例 6】2013 年，某省工业企业全年实现主营业务收入 37864 亿元，税金 1680 亿元，利润 2080 亿元，分别增长 19.1%，19.4%，26.4%，分别高出全国 7.9、8.4、14.2 个百分点。该省工业企业主营业务收入占全国工业的 3.7%，比上年提高 0.3 个百分点，百户重点企业主营业务收入、税金、利润分别增长 10.2%、11.1%、20.8%，分别占全省工业的 29.5%、51%、27.6%。

问题：2013 年全国工业企业的税金增速比利润增速（ ）。

A. 低 1.2 个百分点

B. 低 5.8 个百分点

C. 高 7.0 个百分点

D. 高 8.4 个百分点

【答案】A



问题：与 2011 年同期相比，2014 年 1 季度农村居民人均现金收入约增长了（ ）。

- A. 25.9% B. 36.8%
- C. 47.4% D. 52.5%

【答案】 C

【解析】求增长率。由柱状图可知：2011 年 1 季度农村居民人均现金收入为 2187 元，2014 年 1 季度为 3224 元。所以 2014 年 1 季度农村居民人均现金收入与 2011 年同期相比的增长率为 $\frac{3224-2187}{2187} = \frac{1037}{2187}$ ，首位商 4，只有 C 项符合。

练 2. 2019 年上半年,我国知识密集型服务进出口额 8923.9 亿元,同比增长 9.4%,其中,知识密集型服务出口额 4674.1 亿元,同比增长 12.1%;进口额 4249.8 亿元,同比增长 6.5%。从具体领域看,知识产权使用费出口同比增长 33.0%;电信、计算机和信息服务出口同比增长 15.7%,进口同比增长 19.6%;其他商业服务(含技术、专业和管理咨询服务、研发成果转让费及委托研发等)出口同比增长 10.4%;金融服务出口同比增长 13.9%,进口同比增长 43.9%。

2019 年全年，我国知识密集型服务进出口额 18777.7 亿元，同比增长 10.8%，其中，知识密集型服务出口额 9916.8 亿元，同比增长 13.4%；进口额 8860.9 亿元，同比增长 8.0%。从具体领域看，个人文化娱乐服务，电信、计算机和信息服务，金融服务进出口总额分别同比增长 19.4%、18.9%、18.7%。

问题：2019 年上半年，我国知识密集型服务进出口额环比约（ ）。

- A. 上升了 1.5% B. 上升了 10.5%
- C. 下降了 1.5% D. 下降了 10.5%

【答案】 A

【解析】求增长率。由材料可知：2019 年上半年，我国知识密集型服务进出口额 8923.9 亿元，同比增长 9.4%；2019 年全年，我国知识密集型服务进出口额 18777.7 亿元，同比增长 10.8%。所以 2018 年全年，我国知识密集型服务进出口额为： $\frac{18777.7}{1+10.8\%} = \frac{18777.7}{1.108} \approx 17000$ 亿元，2018 年上半年，我国知识密集型服务进出口额为： $\frac{8923.9}{1+9.4\%} = \frac{8923.9}{1.094} \approx 8200$ 亿元，则 2018 年下半年，我国知识密集型服务进出口额为：17000—



8200 = 8800 亿元；则 2019 年上半年，我国知识密集型服务进出口额环比增长率约为： $\frac{8923.9-8800}{8800} = \frac{123.9}{8800} \approx 1.4\%$ ，与 A 项最为接近。

02 讲 增长量的计算

核心知识

(1) 增长量的概念：一般情况下是指两个对应的量之间的做差，形成的“差值”。增长量一般是有单位的。

注意：区别增长量和增长率主要是从提问形式和选项来判断是求增长量还是增长率。

(2) 增长量的计算（ ）。

①如果两个对应的量全给出：列式 $A - B = C$ （亿元）。

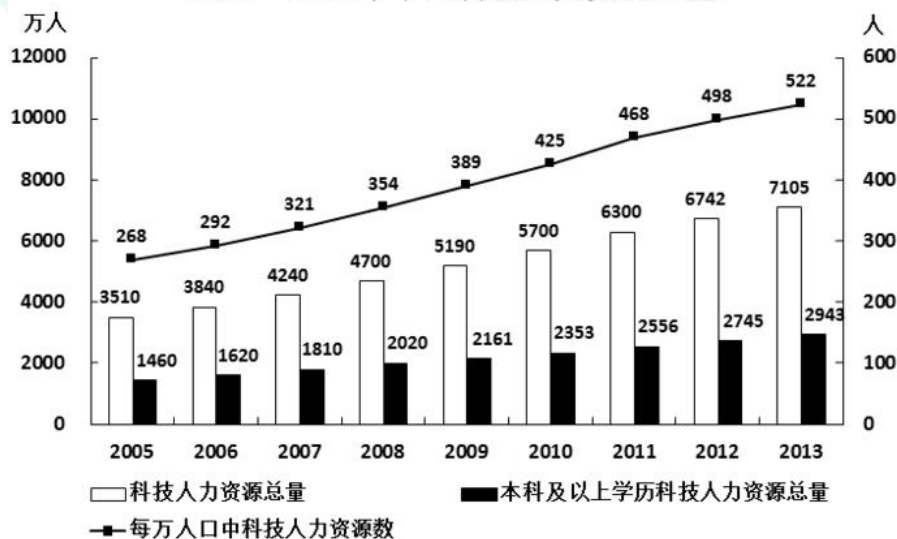
②如果给出现期值与增长率，再让我们求增长量：列式 $\frac{A}{1+a\%} \times a\% = m$ （亿元）。

(3) 年均增长量

经典例题

【例 1】

2005~2013 年中国科技人力资源总量





问题:2006-2013 年间,有几年的科技人力资源总量较前一年增长超过 500 万人?

()。

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

【答案】A

【解析】简单增长量。由柱状图可知:2005—2013 年科技人力资源总量分别为 3510、3840、4240、4700、5190、5700、6300、6742、7105。用现期量—基期量即可知道增长量是否超过 500 万,只有 2010 年、2011 年这两年的增长量超过 500 万。

【例 2】

2019 年 6 月,全国发行地方政府债券 8996 亿元,同比增长 68.37%,环比增长 195.63%。其中,发行一般债券 3178 亿元,同比减少 28.33%,环比增长 117.08%,发行专项债券 5818 亿元,同比增长 540.04%,环比增长 268.46%;按用途划分,发行新增债券 7170 亿元,同比增长 127.11%,环比增长 332.71%,发行置换债券和再融资债券 1826 亿元,同比减少 16.47%,环比增长 31.75%。

问题:2019 年 6 月,全国发行的地方政府债券比 2018 年 6 月多约()。

A. 6151 亿元

B. 5953 亿元

C. 3653 亿元

D. 3043 亿元

【答案】C

【解析】简单增长量。根据材料可知:2019 年 6 月全国发行地方政府债券 8996 亿元,同比增长率是 68.37%。所以增长量 = $\frac{8996}{1+68.37\%} \times 68.37\%$,根据错位加减法, $\frac{900}{168} \times 684 \approx \frac{450}{168} \times 137 \approx \frac{450-90+4}{168-32+1} \times 137 = 364$,与 C 项最接近。

【例 3】按收入来源分,2017 年上半年,全国居民人均工资性收入 7435 元,增长 8.6%,占全国居民人均可支配收入的比重为 57.5%;人均经营净收入 2117 元,增长 5.9%,占全国居民人均可支配收入的比重为 16.4%;人均财产净收入 1056 元,增长 9.6%,占全国居民人均可支配收入的比重为 8.2%;人均转移净收入 2324 元,增长 11.9%,占全国居民人均可支配收入的比重为 18.0%。

问题:2017 年上半年,人均财产净收入比上年增加多少元?()



A. 92

B. 102

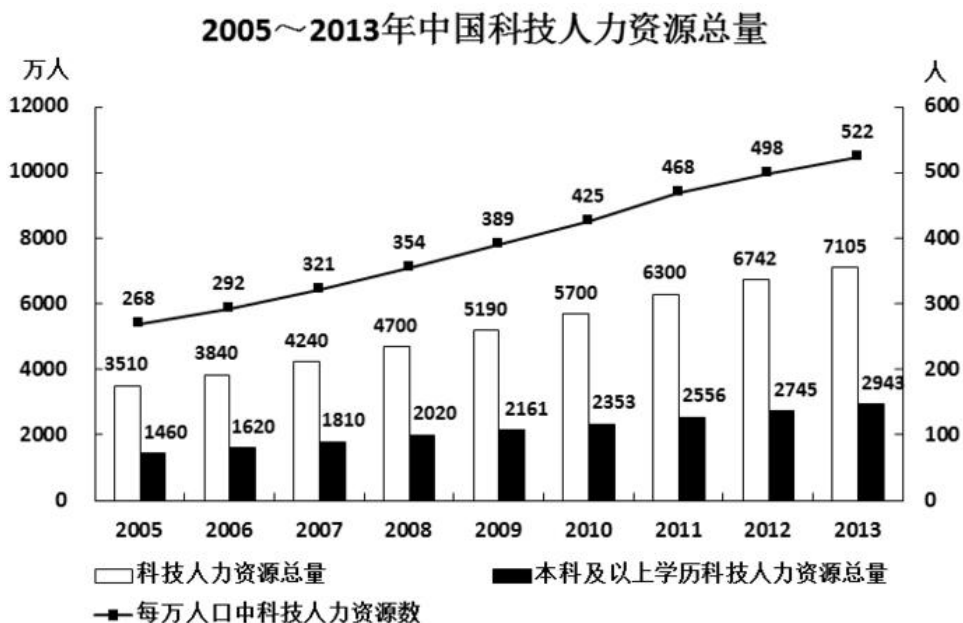
C. 112

D. 122

【答案】A

【解析】简单增长量。根据材料可知：人均财产净收入 1056 元，增长 9.6%。所以人均财产净收入的增长量为 $\frac{1056}{1+9.6\%} \times 9.6\%$ ，根据错位加减法， $\frac{106}{110} \times 96 \approx \frac{106-10-3}{110-11-3} \times 96 = 93$ ，与 A 项最接近。

【例 4】



问题：如图中反映的均为年末数据，则“十一五”（2006—2010 年）期间平均每年本科及以上学历科技人力资源增加约多少万人？（ ）

A. 150

B. 180

C. 200

D. 440

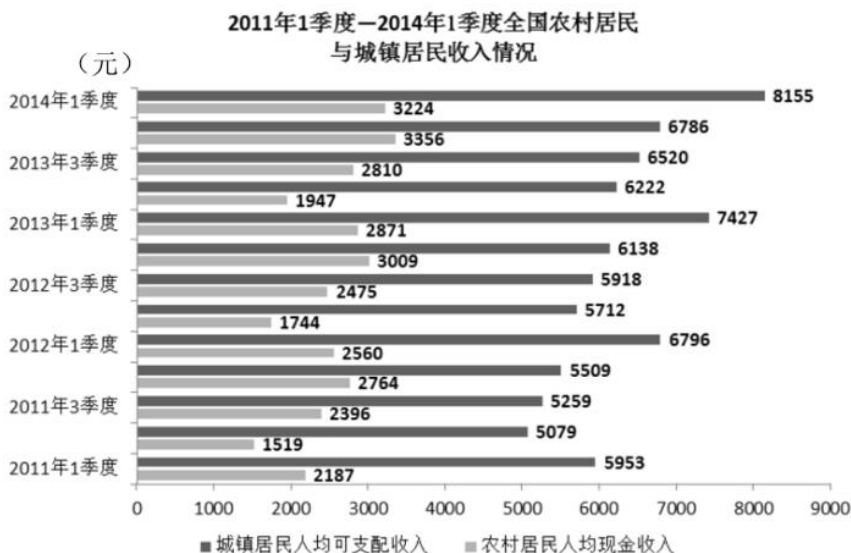
【答案】B

【解析】年均增长量。根据柱状图材料可知：2005 年本科及以上学历科技人力资源数为 1460 万人，2010 年为 2353 万人。所以“十一五”（2006—2010 年）期间平均每年本科及以上学历科技人力资源增加的人数 $= \frac{2353-1460}{5} = \frac{893}{5} \approx 180$ 。



【拓展训练】

练 1.



问题：2013 年城镇居民人均可支配收入同比增加了（ ）。

- A. 1千多元 B. 2千多元
C. 3千多元 D. 4千多元

【答案】 B

【解析】简单增长量。根据柱状图可知 2012 年与 2013 年各季度的城镇居民人均可支配收入。所以 2013 年城镇居民人均可支配收入同比增加量约为 $(6800 + 6500 + 6200 + 7400) - (6100 + 5900 + 5700 + 6800) = 26900 - 24500 = 2400$ ，即增加 2000 多元。

练2. 按经营单位所在地分, 2016年6月份, 城镇消费品零售额23082亿元, 同比增长10.5%; 乡村消费品零售额3775亿元, 同比增长11.2%。1—6月份, 城镇消费品零售额134249亿元, 同比增长10.2%; 乡村消费品零售额21889亿元, 同比增长11.0%。

问题：2016 年 6 月份，城镇消费品零售额比上年同期增加？（ ）

- A. 380 亿元 B. 2169 亿元
C. 1193 亿元 D. 2193 亿元



【答案】D

【解析】求增长量。根据材料可知：2016年6月份，城镇消费品零售额23082亿元，同比增长10.5%，所以增长量 = $\frac{23082}{1+10.5\%} \times 10.5\%$ ，根据错位加减法， $\frac{231}{111} \times 105 \approx \frac{231-12}{111-6} \times 105 = 219$ ，与D项最接近。

03 讲 比重

核心知识

(1) 比重的概念，也称比例，是指整体中某一部分占整体的百分比。

(2) 比重的计算，通常用 $\frac{A}{B}$ 化成百分数来表示。

常考的形式：①现期值的比重：要求分子分母都是现期值（今年、当下）。

$$\text{比重} = \frac{A}{B} = m\%$$

②基期值的比重：要求分子分母都是基期值（去年、过去）。

$$\text{比重} = \frac{\frac{A}{1+a\%}}{\frac{B}{1+b\%}} = n\%$$

(3) 用比重来计算整体。公式：整体 = $\frac{\text{部分}}{\text{比重}}$

经典例题

【例1】

2013—2018年中国集成电路进出口状况

	进口		出口	
	数量 (亿块)	金额 (亿美元)	数量 (亿块)	金额 (亿美元)
2013年	2663.1	2313.4	1426.7	877.0
2014年	2856.5	2176.2	1535.2	608.6
2015年	3140.0	2300.0	1827.7	693.2
2016年	3425.5	2270.7	1810.1	613.8
2017年	3770.1	2601.4	2043.5	668.8
2018年	4175.7	3120.6	2171.0	846.4



问题：2018 年中国进出口贸易总额为 4.62 万亿美元，其中集成电路进出口贸易额占比（ ）？

- A. 在 5—10 个百分点之间 B. 超过 10 个百分点
C. 不到 1 个百分点 D. 在 1—5 个百分点之间

【答案】A

【解析】根据表格，“2018 年，中国集成电路出口额为 846.4 亿美元，进口额为 3120.6 亿美元”，根据题干中国进出口贸易总额为 4.62 万亿美元。

根据比重=部分量/整体量，选项为范围类，4.62 万亿美元=46200 亿美元，换算单位后，使用有效数字法，分母截取前三位，分子加法计算，则 $\frac{31206+8464}{462} = \frac{3967}{462} \approx 8.6\%$ 。故答案选择 A 选项。

【例 2】

2013—2018 年中国在线旅游收入状况

	旅游业总收入 (万亿元)	在线旅游收入(亿元)		
		交通预订	住宿预订	度假旅游预订
2013 年	2.95	1519.67	412.10	244.20
2014 年	3.38	2271.57	547.45	347.58
2015 年	4.13	3325.15	862.57	549.97
2016 年	4.69	5385.42	1251.42	757.40
2017 年	5.40	6389.65	1586.19	947.47
2018 年	5.97	6820.95	1881.49	1051.81

问题：2018 年中国在线旅游收入约占旅游业总收入的（ ）。

- A. 12% B. 16%
C. 20% D. 25%

【答案】B

【解析】根据表格 2018 年数据。比重=部分量/整体量，选项出现了首位相同第二位不同的情况，使用有效数字法，可得 $\frac{682+188+105}{5.97} = \frac{975}{5.97}$ ，直除首两位商 16。故，答案选择 B 选项。

【例 3】

2017 年 A 市现代农业生态服务价值及增速表

指标名称	年 值		贴 现 值	
	2017 年 (亿元)	比上年增长 (%)	2017 年 (亿元)	比上年增长 (%)
现代农业生态服务价值	3635.46	3.0	10769.36	1.9
一、直接经济价值	372.60	—6.0	372.60	—6.0
1.农林牧渔业总产值	308.32	—8.8	308.32	—8.8
2.供水价值	64.28	10.2	64.28	10.2
二、间接经济价值	1214.15	5.6	1214.15	5.6
1.旅游服务价值	804.78	8.4	804.78	8.4
2.水力发电价值	8.68	—10.1	8.68	—10.1
3.景观增值价值	400.70	0.8	400.70	0.8
三、生态与环境价值	2048.71	3.2	9182.61	1.8
其中：气候调节价值	732.34	5.6	2328.74	2.7
水源涵养价值	287.78	10.2	402.98	7.5
环境净化价值	118.83	—3.3	984.83	0.9
生物多样性价值	670.07	0.3	2898.67	1.2
防护与减灾价值	222.58	0.3	1540.38	1.2
土壤保持价值	3.37	—12.6	9.77	—4.7
土壤形成价值	13.74	1.6	288.54	1.6

问题：2016 年，A 市直接经济价值年值占现代农业生态服务价值年值的比重为（ ）。

- A. 8.24% B. 11.23%
- C. 13.59% D. 15.46%

【答案】 B

【解析】根据表格，“2017年，A市直接经济价值年值372.60亿元，同比增长-6.0%；现代农业生态服务价值年值3635.46亿元，同比增长3.0%”。根据基期比重公式： $\frac{A}{B} \times \frac{1+b\%}{1+a\%}$ ，选项出现首位相同第二位不同的情况，使用有效数字法，代入公式为 $\frac{373}{364} \times \frac{1+3\%}{1-6\%} \approx 10\% \times (1 + \frac{9\%}{1-6\%}) \approx 10\% + 1\% = 11\%$ ，与B选项最接近。故答案选择B选项。

【例 4】2016 年“一带一路”沿线 64 个国家 GDP 之和约为 12.0 万亿美元，占全球 GDP 的 16.0%；人口总数约为 32.1 亿人，占全球总人口的 43.4%；对外贸易总



额（进口额+出口额）约为 71885.6 亿美元，占全球贸易总额的 21.7%。

2016 年“一带一路”沿线国家情况

	人口(万人)	GDP(亿美元)	进口额(亿美元)	出口额(亿美元)
蒙古	301.4	116.5	38.7	45.0
东南亚 11 国	63852.5	25802.2	11267.2	11798.6
南亚 8 国	174499.0	29146.6	4724.1	3308.5
中亚 5 国	6946.7	2254.7	422.7	590.7
西亚、北非 19 国	43504.6	36467.5	9675.5	8850.7
东欧 20 国	32161.9	26352.1	9775.5	11388.4

问题：2016 年，蒙古 GDP 约占全球总体 GDP 的（ ）。

- A. 0.06%
B. 0.61%
C. 0.16%
D. 1.56%

【答案】C

【解析】定位表格第二行，蒙古 GDP 为 116.5 亿美元，定位文段，2016 年“一带一路”沿线 64 个国家 GDP 之和约为 12.0 万亿美元，占全球 GDP 的 16.0%。

根据整体量=部分量/比重, 比重=部分量/整体量, 代入数据得 2016 年, 蒙古 GDP

约占全球总体 GDP 的比重为： $\frac{116.5\text{亿}}{\frac{12.0\text{万亿}}{16\%}}=0.16\%$ 。故答案选择 C 选项。

【拓展训练】

练 1. 2017 年 1-2 月, 全国完工出口船 907 万载重吨, 同比增长 127%, 2017 年 1-2 月, 重点企业完工出口船 886 万载重吨, 同比增长 138%;

问题：2017 年 1—2 月，非重点企业出口船完工量约占全国出口船完工量的（ ）。

- A. 2% B. 5%
- C. 95% D. 98%

【答案】 A

【解析】“2017年1—2月，全国完工出口船907万载重吨”，“2017年1—2月，重点企业完工出口船886万载重吨”。根据比重基本公式，

$$\frac{907 - 886}{907} = \frac{21}{907} \approx 2\% \text{ 故，答案选择 A 选项。}$$



练 2. 2019 年末, 我国城轨交通配属地铁列车 6178 列, 全年实现地铁客运量 227.76 亿人次。

2019 年我国部分城市地铁运营状况

	运营线路长度 (公里)	运营线路条数 (条)	配属地铁列车 (列)	客运量 (亿人次)
上海	669.5	15	898	38.7
北京	637.6	20	1001	39.4
广州	489.4	13	510	32.9
武汉	338.4	9	435	12.4
深圳	304.4	8	384	17.8
成都	302.2	7	410	14.0
重庆	230.0	7	223	6.1
天津	178.6	5	178	4.7
南京	176.8	5	203	10.4
苏州	165.9	4	173	3.6
西安	158.0	5	203	9.5
郑州	151.7	4	151	4.1
杭州	130.9	4	174	6.3

问题: 2019 年, 直辖市(北京、天津、上海、重庆)地铁客运量占全国地铁客运总量的比重在以下哪个范围内? ()

- A. 不到 40% B. 40%—45%之间
C. 45%—50%之间 D. 超过 50%

【答案】A

【解析】定位文字材料“2019 年, 全年实现地铁客运量 227.76 亿人次”定位表格材料“直辖市客运量分别为北京 39.4 亿人次、天津 4.7 亿人次、上海 38.7 亿人次、重庆 6.1 亿人次”。

根据比重 = $\frac{\text{部分量}}{\text{整体量}}$, 代入数据可得 2019 年, 直辖市(北京、天津、上海、重庆)地铁客运量占全国地铁客运总量的比重约为 $\frac{39.4 + 4.7 + 38.7 + 6.1}{227.76} = \frac{88.9}{227.76} \approx 39\%$, 即不到 40%。故答案选择 A 选项。

练 3. 截至 2014 年末, 我国共有博物馆 3658 个, 占文物机构总数的 43.5%。全国文化机构拥有文物藏品 4063.58 万件, 比上年末增加 222.77 万件。其中, 博物馆文物藏品 2929.97 万件, 文物商店文物藏品 770.00 万件。文物藏品中, 一级文物 9.82



万件，二级文物 68.82 万件，三级文物 340.51 万件。

问题：2014 年末，我国一、二、三级文物总量占全部文物藏品的比重最接近以下哪个数字？（ ）

A. 8%

B. 10%

C. 14%

D. 54%

【答案】B

【解析】定位第二句话，2014 年末，全国文化机构拥有文物藏品 4063.58 万件。定位第四句，一级文物 9.82 万件，二级文物 68.82 万件，三级文物 340.51 万件。根据比重=部分量/整体量，选项出现了首位相同第二位不同的情况，使用有效数字法，分子四舍五入取整，代入数据得， $\frac{10+69+341}{406} = \frac{420}{406}$ ，直除首两位商 10。故答案选择 B 选项。

04 讲 倍数和翻番

核心知识

公式 1：A 是 B 的几倍？或 A 为 B 的几倍？

公式 2：A 比 B 多几倍？或 A 比 B 增长多少倍？

公式 3：翻番即数量加倍，翻一番为原来的 2 倍，翻两番为原来的 $2^2=4$ 倍；以此类推，翻 n 番为原来的 2^n 倍

经典例题

【例 1】

2016 年第一季度全国星级饭店数量及其营业收入情况

星级	饭店数量(家)	营业收入(亿元)	餐饮收入占比(%)	客房收入占比(%)
一星级	87	0.3	44.4	52.5
二星级	2342	27.2	31.3	36.7
三星级	5354	121.4	45.1	41.8
四星级	2438	162.9	44.2	41.7
五星级	816	184.7	43.7	45.2
全国	11037	496.5	43.5	42.8

问题：2016 年第一季度，全国五星级饭店的平均营业收入是四星级饭店的



()。

A. 1.8 倍

B. 2.6 倍

C. 3.4 倍

D. 4.1 倍

【答案】C

【解析】根据表格“四星级”和“五星级”所在行。根据平均数=后/前，2016年第一季度，使用错位加减法，得全国五星级饭店的平均营业收入是四星级饭店的

$$\frac{184.7}{816} \div \frac{162.9}{2438} \approx \frac{185}{816} \times \frac{2438}{163} \approx 1.1 \times 3 = 3.3 \text{ (倍)}。故答案选择 C 选项。$$

【例 2】

2017 年 1—2 月，我国副省级城市实现软件业务收入 3874 亿元，同比增长 12.9%。其中，软件产品收入 1216 亿元，同比增长 11.0%；信息技术服务收入 2042 亿元，同比增长 15.6%；嵌入式系统软件收入 616 亿元，同比增长 8.3%。

2017 年 1~2 月副省级城市软件业务收入情况

	软件企业（个）	软件业务收入（亿元）	同比增速（%）
大连市	610	204.5	4.4
宁波市	694	75.8	17.4
厦门市	1455	143.1	18.3
青岛市	1595	247.1	16.1
深圳市	1530	875.1	10.4
沈阳市	1349	123.0	2.1
长春市	417	13.1	16.1
哈尔滨	238	11.3	8.5
南京市	1455	404.7	10.9
杭州市	810	326.6	19.2
济南市	1730	235.1	12.0
武汉市	2420	210.6	17.5
广州市	1561	442.6	14.1
成都市	1438	340.1	12.4
西安市	2050	220.0	21.3

问题：2017 年 1—2 月，软件企业数量最多的副省级城市软件业务收入约是软件企业数量最少的副省级城市的多少倍？（ ）

A. 5

B. 8

C. 10

D. 19

【答案】D

【解析】根据表格，2017 年 1—2 月，软件企业数量最多的副省级城市是武汉，软件业务收入为 210.6 亿元；最少的是哈尔滨，收入为 11.3 亿元。对分子分母四舍



五入取整，得最多的是最少的 $211 \div 11 \approx 19$ 倍。故，答案选择 D 选项。

【例3】2014年1—2月份，我国房地产业土地购置面积4062万平方米，同比增长6.5%，土地成交价款1000亿元，同比增长8.9%。

表1 2014年1~2月房地产开发情况

	1~2月房屋新开工面积		1~2月房屋竣工面积		截至2月末房屋施工面积		1~2月房地产开发投资	
指标	绝对数 (万平方米)	同比增长 (%)	绝对数 (万 平方米)	同比增长 (%)	绝对数 (万平方米)	同比增长 (%)	绝对额 (亿元)	同比增 长 (%)
总计	16693	-27.4	12418	-8.2	529593	16.3	7956	19.3
其中：住宅	12279	-29.6	9266	-10.6	380952	13.5	5426	18.4
办公楼	524	-27.3	368	14.0	20964	26.3	494	27.1
商业营业用房	2164	-15.2	1502	-7.9	66049	25.1	1117	26.4

表2 2014年1~2月商品房销售情况

地区	商品房销售面积		商品房销售额	
东部地区	5089	-6	4356	-9.6
中部地区	2800	15.1	1405	14.3
西部地区	2577	-1.8	1329	1.3
全国总计	10466	-0.1	7090	-3.7

问题：2013 年 1—2 月，商业营业用房竣工面积约是办公楼的多少倍？（ ）

- A. 3
B. 4
C. 5
D. 6

【答案】 C

【解析】根据表 1，2014 年 1—2 月商业营业用房竣工面积 1502 万平方米，同比增长—7.9%，办公楼 368 万平方米，同比增长 14.0%。根据基期倍数 $= \frac{A}{B} \times \frac{1+b\%}{1+a\%}$ ，得 2013 年 1—2 月，商业营业用房竣工面积约是办公楼的 $\frac{1502}{368} \times \frac{1+14\%}{1-7.9\%}$ 倍，使用错位加减法计算，原式 ≈ 5 。故答案选择 C 选项。



【例 4】

年份	整车制造	电动机制造	储能装置制造	零部件配件制造	供能装置制造
2000	179	41	134	31	45
2001	225	53	143	30	67
2002	215	91	199	57	88
2003	345	156	272	81	137
2004	424	195	330	134	178
2005	554	323	524	282	267
2006	833	399	841	445	368
2007	994	474	1021	585	391
2008	1317	550	1422	745	462
2009	1389	585	1769	768	410
2010	1854	821	2497	1029	653
2011	2597	1088	3437	1553	831
2012	2603	1176	3277	1564	867
2013	2487	1162	3156	1618	797
2014	2035	807	2326	1232	745
2015	769	303	848	377	315

问题：能够从上述资料中推出的是（ ）。

- A. 2000—2015 年间，五种技术专利中申请数年均增速最快的是零部件配件制造
- B. 2011—2015 年间，储能装置制造专利申请数均超过电动机制造的 3 倍
- C. 2010 年供能装置制造专利申请数比 2005 年翻了两番
- D. 2001—2015 年间，储能装置制造专利申请数增加最多的年份是 2010 年

【答案】A

【解析】A 选项，年均增长率的比较。根据 $\text{末期值}/\text{初期值} = (1 + \text{年均增长率})^n$ ，相差年份 n 都相同，故只需比较这五种技术专利的末期值/初期值，代入数据，整车制造 $\frac{769}{179}$ ，电动机制造 $\frac{303}{41}$ ，储能装置制造 $\frac{848}{134}$ ，零部件配件制造 $\frac{377}{31}$ ，供能装置制造 $\frac{315}{45}$ ，只有零部件配件制造的超过 10，明显最大，正确。

B 选项，现期倍数计算。只有 2011 年储能装置制造专利申请数超过电动机制造的 3 倍，错误。

C 选项，现期倍数计算。2010 年供能装置制造专利申请数是 2005 年的不到 4 倍



($\frac{653}{267} < 4$)，没有翻两番，错误。

D 选项，增长量做差比较。2010 年储能装置制造的增长量为 $2497 - 1769 = 728$ (件)，2011 年的增长量为 $3437 - 2497 = 940$ (件)，所以 2010 年不是最大的，错误。故答案选择 A 选项。

【例 5】2016 年“一带一路”沿线 64 个国家 GDP 之和约为 12.0 万亿美元，占全球 GDP 的 16.0%；人口总数约为 32.1 亿人，占全球总人口的 43.4%；对外贸易总额（进口额+出口额）约为 71885.6 亿美元，占全球贸易总额的 21.7%。

2016 年“一带一路”沿线国家情况

	人口(万人)	GDP(亿美元)	进口额(亿美元)	出口额(亿美元)
蒙古	301.4	116.5	38.7	45.0
东南亚 11 国	63852.5	25802.2	11267.2	11798.6
南亚 8 国	174499.0	29146.6	4724.1	3308.5
中亚 5 国	6946.7	2254.7	422.7	590.7
西亚、北非 19 国	43504.6	36467.5	9675.5	8850.7
东欧 20 国	32161.9	26352.1	9775.5	11388.4

问题：2016 年“一带一路”沿线国家中，东欧 20 国的人均 GDP 约是中亚 5 国的多少倍？（ ）

A. 2.5

B. 3.6

C. 5.3

D. 11.7

【答案】A

【解析】根据表格“东欧 20 国”和“中亚 5 国”所在行，东欧 20 国、中亚 5 国的人口分别为 32161.9 万人、6946.7 万人；GDP 分别为 26352.1 亿美元、2254.7 亿美元。人均 GDP=GDP/人口，观察选项，出现了首位不同的情况，使用有效数字法，

对数据进行截位处理可得： $\frac{264}{322} \div \frac{23}{69} = \frac{264}{322} \times 3 < 3$ 。故答案选择 A 选项。

【拓展训练】

练 1. 截至 2019 年末，全国已竣工的各级残疾人综合服务设施 2341 个，总建设规模 584.5 万平方米，总投资 183.1 亿元；已竣工各级残疾人康复设施 1006 个，总建设规模 414.2 万平方米，总投资 132.2 亿元。



问题：截至 2019 年末，全国平均每个已竣工的残疾人综合服务设施建设规模约是已竣工残疾人康复设施的多少倍？（ ）

A. 0.6

B. 0.8

C. 1.2

D. 1.7

【答案】A

【解析】“截至 2019 年末，全国已竣工的各级残疾人综合服务设施 2341 个，总建设规模 584.5 万平方米……已竣工各级残疾人康复设施 1006 个，总建设规模 414.2 万平方米”。根据平均数 = $\frac{\text{后}}{\text{前}}$ ，复杂计算，使用有效数字法，代入数据可得

$$\frac{585}{234} \div \frac{414}{101} \approx 0.6。故答案选择 A 选项。$$

练 2. 2017 年，A 省完成高铁客运量 17872 万人次，旅客周转量 474.64 亿人公里，同比分别增长 20.3% 和 18.1%，高铁客运量和旅客周转量分别占铁路旅客运输总量的 62.7% 和 54.3%，比重比上年分别提高 4.3 个和 3.9 个百分点。

问题：2016 年，A 省高铁客运量约是普铁（除高铁外的铁路）客运量的多少倍？（ ）

A. 1.4

B. 1.7

C. 0.8

D. 1.1

【答案】A

【解析】“2017 年，A 省完成高铁客运量 17872 万人次，旅客周转量 474.64 亿人公里，同比分别增长 20.3% 和 18.1%。高铁客运量和旅客周转量分别占铁路旅客运输总量的 62.7% 和 54.3%。比重比上年分别提高 4.3 和 3.9 个百分点”。2017 年高铁客运量占总量的 62.7%，比上年提高 4.3 个百分点，故 2016 年高铁客运量占比为 58.4%，则普铁占比为 $100\% - 58.4\% = 41.6\%$ 。根据部分量 = 整体量 \times 比重，整体量一致时，比重间的比值 = 部分量之间的比值，所以 2016 年高铁是普铁的倍数

$$= \frac{58.4\%}{41.6\%} \approx 1.4。故答案选择 A 选项。$$



练 3.

表 1 2016~2021 年我国工业大数据市场规模增长及预测

年份	工业大数据市场规模 (单位: 亿元)	工业大数据市场规模 同比增速 (%)	大数据市场规模 同比增速 (%)
2016	77.1	20.2	27.3
2017	93.4	21.1	35.8
2018	114.2	22.3	34.2
2019	146.9	28.6	32.9
2020	192.6	31.1	32.0
2021	256.0	32.9	31.0

表 2 按不同方式细分的 2018 年我国工业大数据销售额比例

	类别	占比
用户行业结构	离散型制造业	62.1%
	流程型制造业	17.9%
	电力	8.2%
	热力、燃气及水生产和供应	7.2%
	采矿业	3.3%
	其他	1.3%
产品结构	生产过程可视化	27.1%
	生产流程优化	21.3%
	产品设计研发	11.8%
	供应链优化	8.9%
	设备故障诊断	29.0%
	其他	1.9%
用户类型	大型企业	80.0%
	中型企业	15.9%
	小型企业	4.1%

问题：2018 年我国工业大数据销售额最高的 5 种产品结构中，销售额最高的类别销售额约是销售额最低类别的（ ）倍。

A. 1.5

B. 2.5

C. 3.3

D. 4.6

【答案】C

【解析】根据表 2，2018 年我国工业大数据销售额最高的 5 种产品结构中，销售额占比最高的类别是“设备故障诊断”，为 29%，销售额占比最低的类别是“供应链优化”，为 8.9%。根据部分量=整体量×比重，整体量一致时，比重间的比值=部分量之间的比值，则 2018 年我国工业大数据销售额最高的 5 种产品结构中，销售额最高的类别销售额约是销售额最低类别的 $29\% \div 8.9\%$ （倍），直除首位商 3。故答案选择 C 选项。



练 4.

“十一五”期间中国历次互联网报告核心数据摘要

报告	截止时间	网民数(万人)	宽带用户(万人)	手机网民(万人)	域名总数(万个)
27	2010.12	45700	45000	30300	866
26	2010.6	42000	36400	27700	1121
25	2009.12	38400	34600	23300	1682
24	2009.6	33800	32000	15500	1626
23	2008.12	29800	27000	11700	1683
22	2008.6	25300	21400	7305	1483
21	2007.12	21000	16300	5040	1103
20	2007.6	16200	12244	4403	918
19	2006.12	13700	9070	1700	411
18	2006.6	12300	7700	1300	295
17	2005.12	11100	6430	未统计	259

问题：在域名总数最多的报告中，宽带用户数约是手机网民人数的多少倍？

A. 2.9 倍

B. 2.3 倍

C. 2.0 倍

D. 1.5 倍

【答案】B

【解析】定位表格“域名总数”一列。观察域名总数最多的是第 23 次报告（域名总数 1683 万个），其宽带用户 27000 万人、手机网民数 11700 万人。根据公式，
 倍数=前/后，代入数据， $\frac{27000}{11700} \approx 2.3$ （倍）。故答案选择 B 选项。

练 5.

2013~2019 年我国 LED 产业不同领域产值规模

年份	单位：亿元						
	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
总产值	2576	3507	4245	5216	6538	7374	7548
其中：封装	403	517	615	748	963	1054	959
外延芯片	105	138	151	182	232	240	201
应用市场	2068	2852	3479	4286	5343	6080	6388
其中：汽车照明	27	30	45	60	75	90	97
通用照明	696	1145	1551	2040	2551	2679	2707
景观照明	435	475	478	579	799	1007	1108
显示屏	240	307	425	549	727	947	1089
背光应用	340	435	475	519	513	505	503
信号及指示	87	89	90	90	91	92	84
其他	243	371	415	449	587	760	800

问题：“十三五”（2016—2020 年）最后一年我国 LED 产业总产值要实现比“十



二五”（2011—2015 年）最后一年翻一番的目标，总产值至少要同比增长（ ）。

A. 9.6%

B. 12.5%

C. 16.3%

D. 22.1%

【答案】B

【解析】增长率求值。2020 年 LED 产业总产值要实现比 2015 年一年翻番，则 2020 年产值为 2015 年总产值扩大 2 倍，得 $4245 \times 2 = 8490$ 。则 2020 年总产值同比

增长率由，增长率 = $\frac{\text{现期量} - \text{基期量}}{\text{基期量}}$ 得到， $\frac{8490 - 7548}{7548} = \frac{942}{7548} = \frac{942}{746} \approx 126\%$ 。答案接近 B

选项。故答案选择 B 选项。

05 讲 平均数

核心知识

平均数的概念（公式）：平均数 = $\frac{\text{总量}}{\text{份数}}$

平均数的计算在资料分析的考试当中常见的量为（ ）。

平均单价、人均收入、平均每月、平均每家等等

经典例题

【例 1】

2016 年部分城市公园数量及面积

城市	公园个数 (个)	公园面积 (公顷)	公园绿地面积 (公顷)
东莞	1223	14493	11536
深圳	911	21955	19241
昆明	463	3206	3941
广州	246	5193	27200
杭州	217	2488	7640
佛山	202	2033	2768
珠海	197	2792	3594
苏州	167	2110	4540
宁波	133	1126	2132
南京	127	7122	9328

问题：2016 年，佛山市平均每个公园的面积约为多少公顷？

A. 10

B. 15



C. 20

D. 25

【答案】A

【解析】平均数 = $\frac{\text{总量}}{\text{份数}}$ （现期平均数问题）

由题干“2016年……佛山市平均每个公园……”，结合表格时间一致，再根据题干中“平均”，确定此题为现期平均数问题。通过表格材料，佛山市公园个数为202个，公园面积为2033公顷。

故2016年，佛山市平均每个公园的面积 = $\frac{\text{公园面积}}{\text{公园个数}} = \frac{2033}{202} \approx 10$ 公顷

【例2】

表1 2019年四大海区直排海污染源污水及部分污染物受纳总量

	排口数 (个)	污水量 (万吨)	化学需氧 量(吨)	石油类 (吨)	总氮 (吨)	氨氮 (吨)	总磷 (吨)
渤海	62	58781	7858	48.4	2531	428	(?)
黄海	83	107240	30206	92.0	9302	973	198
东海	153	460570	81108	388.7	27338	2013	425
南海	150	174499	42319	167.7	11892	2011	506

问题：2019年，平均每个直排海污染物排口排放石油类污染物的量最大的海区是（ ）。

A. 东海

B. 南海

C. 渤海

D. 黄海

【答案】A

【解析】平均数 = $\frac{\text{总量}}{\text{份数}}$ （现期平均数问题）

由题干“2019年，平均每个直排海污染物排口排放石油类污染物……”，结合材料，时间一致，再根据题干中“平均”，确定本题为现期平均数问题。通过表1可知，2019年，渤海、黄海、东海、南海对应排口数分别为：62个、83个、153个、



150 个，石油类污染物分别为：48.4 吨、92.0 吨、388.7 吨、167.7 吨。根据平均每

个直排海污染物排口排放石油类污染物= $\frac{\text{石油类污染物}}{\text{排口数}}$ ，渤海、黄海、东海、南海平

均每个直排海污染物排口排放石油类污染物分别为 $\frac{48.4}{62} < 1$ 、 $\frac{92.0}{83} \approx 1$ 、 $\frac{388.7}{153} > 2$ 、

$$\frac{167.7}{150} \approx 1.12$$

比较可知，最大平均数对应的海区是东海。

【例 3】2019 年末，我国城轨交通配属地铁列车 6178 列，全年实现地铁客运量 227.76 亿人次。

	运营线路长度 (公里)	运营线路条数 (条)	配属地铁列车 (列)	客运量(亿 人次)
上海	669.5	15	898	38.7
北京	637.6	20	1001	39.4
广州	489.4	13	510	32.9
武汉	338.4	9	435	12.4
深圳	304.4	8	384	17.8
成都	302.2	7	410	14.0
重庆	230.0	7	223	6.1
天津	178.6	5	178	4.7
南京	176.8	5	203	10.4
苏州	165.9	4	173	3.6
西安	158.0	5	203	9.5
郑州	151.7	4	151	4.1
杭州	130.9	4	174	6.3

注：除客运量为全年数值外，其余指标为年末时点值。

问题：以下城市中，2019 年末平均每条运营的地铁线路配属地铁列车数最多的是（ ）。

- A. 广州
B. 武汉
C. 成都
D. 南京

【答案】 C

【解析】平均数= $\frac{\text{总量}}{\text{份数}}$ （现期平均数问题）

由题干“2019 年末平均每条运营的地铁线路配属地铁列车数……”，结合材料，时间一致，再根据题干中“平均”、“每”，确定本题为现期平均数问题。通过表



格可知，广州运营地铁线路条数为 13 条，配属地铁列车 510 列；武汉运营地铁线路条数为 9 条，配属地铁列车 435 列；成都运营地铁线路条数为 7 条，配属地铁列车 410 列；南京运营地铁线路条数为 5 条，配属地铁列车 203 列。

根据“平均每条运营的地铁线路配属地铁列车数 = $\frac{\text{配属地铁列车数}}{\text{运营地铁线路条数}}$ ”，则广州为 $\frac{510}{13} \approx 39$ 列；武汉为 $\frac{435}{9} \approx 48$ 列；成都为 $\frac{410}{7} \approx 59$ 列；南京为 $\frac{203}{5} = 40.6$ 列。故选项中 2019 年末平均每条运营的地铁线路配属地铁列车数最多的城市是成都。

【例 4】2018 年，B 市新经济实现增加值 10057.4 亿元，比上年增长 9.3%，占全市地区生产总值的比重为 33.2%，比上年提高 0.4 个百分点。全年全市新设立的企业中，信息服务业、科技服务业企业合计达到 70661 家，占比为 38.5%，注册资本达到 7311.4 亿元，同比增长 13.5%。

问题：2018 年 B 市平均每家新设立的信息服务业、科技服务业企业注册资本（ ）

- A. 在 1000—1100 万元之间
- B. 超过 1100 万元
- C. 不到 900 万元
- D. 在 900—1000 万之间

【答案】A

【解析】平均数 = $\frac{\text{总量}}{\text{份数}}$ （现期平均数问题）

由题干“2018 年……平均每家……注册资本”，结合材料，时间一致，再根据题干中“平均”，确定本题为现期平均数问题。通过文字材料第一段，“全年全市新设立的企业中，信息服务业、科技服务业企业合计达到 70661 家，占比为 38.5%，注册资本达到 7311.4 亿元，同比增长 13.5%。可得：平均每家注册资本 = $\frac{\text{注册资本}}{\text{企业数}} = \frac{7311.4 \text{ 亿元}}{70661 \text{ 家}} \approx \frac{7311.4 \text{ 亿元}}{707} \approx 1034 \text{ 万元/家}$ ，在 A 选项的范围。



【例 5】



问题：已知 2011 年初~2018 年末我国所有开业的海洋主题公园都持续营业，则该期间我国平均约多长时间新开一家海洋主题公园？（ ）

- A. 两个半月 B. 两个月
C. 三个半月 D. 三个月

【答案】A

解析：平均数 = $\frac{\text{总量}}{\text{份数}}$ （现期平均数问题）

由题干“2011 年初—2018 年末……平均约多长时间新开一家海洋主题公园”，结合材料，时间一致，再根据题干中“平均”，确定本题为现期平均数问题。通过图 1，2018 年末主题公园数量为 72，2011 年初（即 2010 年末）主题公园数量为 34，则一共新开了 $72-34=38$ 家主题公园。2011 年初至 2018 年末共 $8 \times 12=96$ 个月，则所求 = $\frac{96}{38} \approx 2.5$ 月/家，即平均两个半月会开一家新的主题公园。

【例 6】2017 年全国二手车累计交易量为 1240 万辆，同比增长 19.3%；二手车交易额为 8092.7 亿元，同比增长 34%。2017 年 12 月，全国二手车市场交易量为 123 万辆，交易量环比上升 7.4%，上年同期交易量为 108 万辆。

问题：2017 年 1~10 月，平均每月全国二手车交易量约为多少万辆？



- A. 100
B. 105
C. 90
D. 95

【答案】A

【解析】平均数 = $\frac{\text{总量}}{\text{份数}}$ （现期平均数问题）

由题干“2017年1—10月，平均每月……万辆”，结合材料，时间一致，再根据题干中“平均”“每月”，确定本题为现期平均数问题。通过文字材料“2017年全国二手车累计交易量为1240万辆……2017年12月，全国二手车交易量为123万辆，交易量环比上升7.4%”，可得2017年1—10月，平均每月全国二手车交易量约

为 $\frac{\text{全年}-12\text{月}-11\text{月}}{10} = \frac{1240-123-\frac{123}{1+7.4\%}}{10} \approx \frac{1117-115}{10} = \frac{1002}{10} = 100.2\text{万辆}$ ，与A项最为接近。

【拓展训练】

练1.

2018年全国产茶省份茶园面积及茶叶产量

单位：万公顷、万吨

省份	面积	产量	省份	面积	产量
江苏	3.37	1.46	广东	6.20	9.65
浙江	19.92	18.60	广西	7.71	7.30
安徽	16.97	13.49	海南	0.24	0.06
福建	20.72	40.16	重庆	4.49	3.96
江西	11.42	7.09	四川	36.34	29.50
山东	2.20	2.88	贵州	45.62	19.93
河南	11.63	7.40	云南	44.45	39.81
湖北	29.93	31.45	陕西	13.80	7.35
湖南	16.89	21.36	甘肃	1.15	0.14

问题：2018年全国产茶省份中，有几个省份的茶园单位面积茶叶产量高于1吨/公顷？

- A. 5
B. 4
C. 7
D. 6



【答案】A

【解析】平均数= $\frac{\text{总量}}{\text{份数}}$ （现期平均数问题）

由题干“……有几个省份的单位面积茶叶产量高于1吨/公顷”，结合材料，时间一致，再根据题干中“单位面积”，可判定本题为现期平均数问题。通过表格

材料，可知2018年全国产茶省份的产量和面积。只需单位面积产量= $\frac{\text{产量}}{\text{面积}}$ > 1吨/公顷，即产量数值大于面积数值的省份，查找表中数据，共有5个省份符合要求，分别为福建、山东、湖北、湖南、广东。

练2.

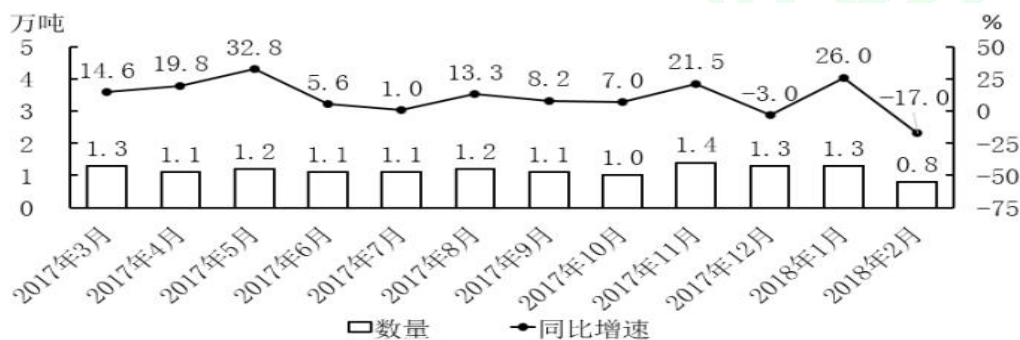


图1 2017年3月~2018年2月全国进口药品数量及同比增速

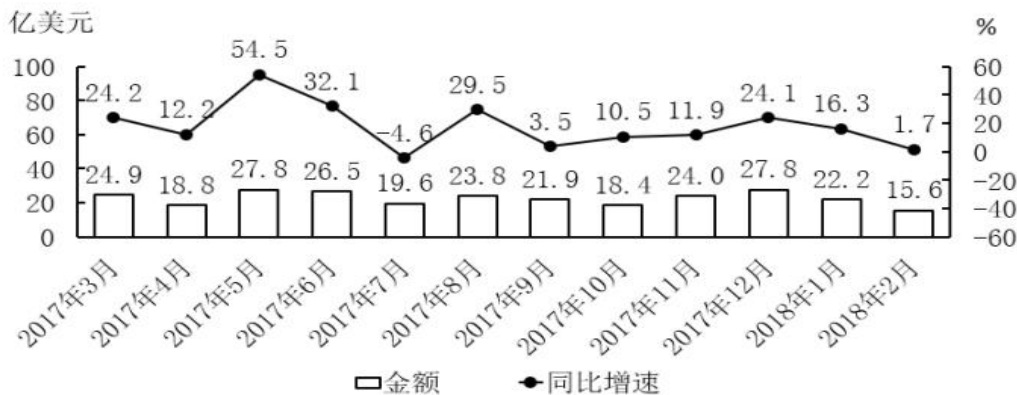


图2 2017年3月~2018年2月全国进口药品金额及同比增速

A. 2 B. 19
C. 8 D. 96

【解析】平均数= $\frac{\text{总量}}{\text{份数}}$ （现期平均数问题）

$$\text{由平均每吨单价} = \frac{\text{总金额}}{\text{总数量}} = \frac{19.6 + 23.8 + 21.9}{1.1 + 1.2 + 1.1} = \frac{65.3 \text{ 亿美元}}{3.4 \text{ 万吨}} \approx 19.2 \text{ 万美元,}$$

练3. 全行业全年生产手表 10.7 亿只，同比增长 3.9%，完成产值约 417 亿元，同比增长 4.3%，增速提高 1.9 个百分点；生产时钟（含钟心）5.2 亿只，同比下降 3.7%，完成产值 162 亿元，同比下降 4.7%，降幅扩大 1.3 个百分点；钟表零配件、定时器及其他计时仪器产值 96 亿元，同比增长 14.3%，增速基本保持上年水平。

A. 36
C. 42
B. 39
D. 43

【解析】平均数= $\frac{\text{总量}}{\text{份数}}$ （现期平均数问题）

32



$$\text{平均每只手表实现产值} = \frac{\text{总产值}}{\text{手表数}} = \frac{417}{10.7} \approx 39 \text{元}。$$

06 讲 顺差、逆差、进出口贸易总和

核心知识

顺差，也称为“出超”，即当进口额小于出口额时，进出口贸易表现为顺差。

即：顺差额=出口额-进口额；

逆差，也称为“入超”，即当进口额大于出口额时，进出口贸易表现为逆差。

即：逆差额=进口额-出口额；

进出口总额=进口额+出口额

经典例题

【例 1】2019 年上半年，我国服务进出口总额达到 26124.6 亿元，同比增长 2.6%。其中，出口总额 9333.7 亿元，同比增长 9.0%；进口总额 16790.8 亿元，同比下降 0.6%。服务进出口总额占对外贸易总额的比重达到 15.1%，比 2018 年全年高出 0.5 个百分点。

2019 年全年，我国服务进出口总额 54152.9 亿元，同比增长 2.8%。其中，出口总额 19564.0 亿元，同比增长 8.9%；进口总额 34588.9 亿元，同比减少 0.4%。

问题：2019 年下半年，我国服务进出口贸易状况为（ ）。

- A. 顺差 500 亿元以内
- B. 顺差 500 亿元以上
- C. 逆差 500 亿元以内
- D. 逆差 500 亿元以上

【答案】D

【解析】顺差额=出口额-进口额；逆差额=进口额-出口额（顺差逆差问题）

由题干“2019 年下半年，我国服务进出口贸易状况”，结合选项，确定本题为顺差逆差问题，通过材料第一段和第二段，2019 年上半年，我国服务出口总额 9333.7 亿元，进口总额 16790.8 亿元。2019 年全年出口总额 19564.0 亿元，进口总额 34588.9 亿元。根据“2019 年下半年=2019 年全年-2019 年上半年”可得，2019 年下半年出口总额=19564.0-9333.7=10230.3 亿元，2019 年下半年进口总额=34588.9-16790.8=17798.1 亿元。因进口额比出口额多，则为贸易逆差，差额=17798.1-10230.3=7000+亿元，即逆差 7000+亿元，D 项满足。



07 讲 三大产业

核心知识

第一产业：农业（包括种植业、林业、牧业和渔业）；

第二产业：工业（包括采矿业、制造业、电力、煤气及水的生产和供应业、建筑业）；

第三产业：除上述第一、第二产业以外的其他行业

08 讲 贡献率

核心知识

贡献率是分析经济效益的一个指标，它是指有效或有用成果数量与资源消耗及占用量之比，即产出量与投入量之比，或所得量与所费量之比。

计算公式：贡献率 = $\frac{\text{某因素贡献量（增长量或增长程度）}}{\text{总贡献量（总增长量或总增长程度）}}$

经典例题

【例 1】“十一五”期间，我国农村居民人均纯收入由 2005 年的 3255 元提高到 2010 年的 5919 元，增加 2664 元，年均增长 12.7%；扣除价格因素后，实际年均增长 8.9%。比“十五”期间农村居民收入年均实际增长速度高 3.6 个百分点。

2010 年农村居民的工资性收入人均 2431 元，比 2005 年增加 1257 元，增长 1.1 倍，年均增长 15.7%。在工资性收入中，在本乡地域内劳动得到的收入人均 1178 元，比 2005 年增加 610 元，增长 1.1 倍，年均增长 15.7%；外出务工收入人均 1015 元，比 2005 年增加 557 元，增长 1.2 倍，年均增长 17.2%。

问题：“十一五”期间，我国农村居民人均工资性收入的增加值对农村居民人均纯收入增加的贡献率约为（ ）。

A. 37.1%

B. 43.6%

C. 47.2%

D. 50.4%

【答案】C



【解析】贡献率= $\frac{\text{某因素贡献量（增长量）}}{\text{总贡献量（总增长量）}}$

根据文段前两段可知，“十一五”期间，我国农村居民人均工资性收入的增加值对农村居民人均纯收入增加的贡献率为 $\frac{1257}{2664}$ ，首两位数为47，故选C。

09 讲 拉动增长

核心知识

【基础理论】

“拉动增长……百分点”实际上就是部分量的增长对总量增长的一个贡献。

计算公式：拉动增长百分点= $\frac{\text{部分的增长量}}{\text{整体基期值}}$

经典例题

【例 1】据全国 7 万多农户种植意向调查显示，2011 年全国粮食播种面积将达到 11028 万公顷，比上年增加 40 万公顷，其中夏粮面积 2749 万公顷，增加 5 万公顷。目前，全国冬小麦一、二类苗比例占 86%，比上年同期提高 3.1 个百分点。2011 年一季度，猪牛羊禽肉产量 2142 万吨，同比增长 1.8%。其中，猪肉产量 1451 万吨，增长 1.7%。

问题：2011 年一季度猪肉产量拉动猪牛羊禽肉的产量增长了约（ ）个百分点。

- A. 0.5
B. 0.7
C. 0.9
D. 1.2

【答案】 D

【解析】拉动增长 = $\frac{\text{部分的增长量}}{\text{上一时期的总量}}$ 。2011 年一季度猪肉产量 1451 万吨，

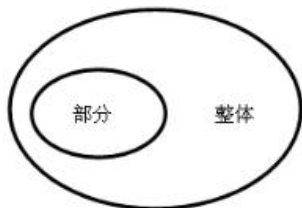
增长 1.7%，猪牛羊禽肉产量 2142 万吨，同比增长 1.8%，2011 年猪肉产量拉动猪牛羊禽肉的产量增长了 $\frac{1451 \times 1.7\%}{1 + 1.7\%} \div \frac{2142}{1 + 1.8\%} \approx \frac{1500}{2100} \times 1.7\% = \frac{8.5\%}{7} \approx 1.2\%$ ，拉动增长了约 1.2 个百分点，所以选择 D。

专题二：重要模型

01 讲 判断现期与基期比重变化的公式

核心知识

前提：这个公式不是用来计算比重的，而是判断比重上升还是下降的公式。



今年：部分的同比增速为 $a\%$ ，整体的同比增速为 $b\%$ ；

$$\text{所求比重} = \frac{\text{部分}}{\text{整体}}$$

问题：今年部分占整体的比重与去年部分占整体的比重相比较是上升了还是下降了？

①若 $a\% > b\%$ ，即今年的比重 $>$ 去年的比重，比重上升。

②若 $a\% < b\%$ ，即今年的比重 $<$ 去年的比重，比重降低。

经典例题

【例 1】

2014 年 1~11 月我国货物运输情况

	11月	同比增速 (%)	1-11月	同比增速 (%)
货物运输总量（亿吨）	39.3	7.1	393.2	7.3
其中：铁路（亿吨）	3.2	-6.5	35.0	-3.2
公路（亿吨）	30.7	8.6	303.6	8.8
水运（亿吨）	5.4	7.6	54.5	6.8
民航（万吨）	55.5	3.4	538.0	5.7
货物周转总量（亿吨公里）	16409.2	8.6	164873.0	10.1
其中：铁路（亿吨公里）	2354.4	-6.4	25200.7	-5.2
公路（亿吨公里）	5833.0	10.4	55448.0	9.8
水运（亿吨公里）	8204.1	12.5	84056.0	16.0
民航（亿吨公里）	17.6	8.5	168.7	8.8



问题：哪些运输方式在 2014 年 11 月的货物运输量占当月货物运输总量的比重超过上年同期水平？（ ）

- A. 仅铁路
B. 仅公路
C. 铁路和民航
D. 公路和水运

【答案】D

【解析】判断比重变化：要想比重上升，需部分增长率（各项增长率）>整体增长率（7.1%）。

铁路（-6.5%）	占	货物运 输 总 量 （7.1%）
公路（8.6%）		
水运（7.6%）		
民航（3.4%）		

根据材料可知，公路和水运。故正确答案为 D。

【例 2】

2015 年 1—3 月，国有企业营业总收入 103155.5 亿元，同比下降 6%。其中，中央企业收入 63191.3 亿元，同比下降 7%；地方国有企业收入 39964.2 亿元，同比下降 4.2%。1—3 月，国有企业营业总成本 100345.5 亿元，同比下降 5.1%。其中，销售费用、管理费用和财务费用同比分别下降 2.9%、增长 2.3%和增长 7.3%。其中，中央企业成本 60216.5 亿元，同比下降 6.4%；地方国有企业成本 40129 亿元，同比下降 3.1%。

问题：2015 年 1—3 月，在销售费用、管理费用和财务费用中，占国有企业营业总成本的比重同比上升的有几项（ ）。

- A. 0
B. 1
C. 2
D. 3

【答案】D

【解析】现在问的是比重上升的有几个，没有让我们去计算比重大小，只让我们去比较，所以考查的应该为比重模型。定位材料

销售费用（-2.9%）	占	国有企业营业 总 成 本 （-5.1%）
管理费用（2.3%）		
财务费用（7.3%）		

发现-2.9%、2.3%和 7.3%都大于-5.1%，那么利用结论，增长率大于整体，则比



重上升，所以比重同比上升的为 3 个，答案为 D 项。

【例 3】2017 年，全省全年完成快递业务量 100.51 亿件，同比增长 31.0%。其中，同城快递业务量增长 29.3%，异地快递业务量增长 33.0%，国际和港澳台地区快递业务量增长 33.1%。

问题：2017 年 A 省快递业务中，业务量占总业务量比重高于上年水平的分类是（ ）。

- A. 仅国际和港澳台地区快递 B. 异地快递、国际和港澳台地区快递
C. 仅同城快递 D. 同城快递、异地快递

【答案】B

【解析】根据“2017 年 A 省快递业务中，……占……比重高于上年水平的分类是……”，可判断此题为两期比重问题。定位文字材料第三段，“2017 年全省全年完成快递业务量 100.51 亿件，同比增长 31.0%。其中，同城快递业务量增长 29.3%，异地快递业务量增长 33.0%，国际和港澳台地区快递业务量增长 33.1%”，可知总业务量增长率（b）为 31.0%。若业务量占总业务量比重高于上年水平，需满足具体类别业务量的增长率（a%）>总业务量的增长率（b%），即大于 31.0%。所以满足题意的有异地快递业务量，国际和港澳台地区快递业务量，对应选项 B。故正确答案为 B。

【例 4】

2016 年该市本级完成财政一般预算支出 49.86 亿元，比上年增支 16.79 亿元，增长 50.8%。

表 2 2016 年该市本级主要预算支出项目完成情况

支出项目	支出金额（亿元）	同比增速（%）
一般公共服务	6.37	31.0
公共安全	4.77	37.3
教育	6.03	51.7
科学技术	1.11	181.0
文化体育与传媒	1.29	35.8
社会保障和就业	2.63	26.7
医疗卫生	2.28	14.4
节能环保	6.68	567.0
城乡社区事务	2.57	48.7
农林水事务	4.02	34.5
交通运输	2.58	10.8
资源勘探电力信息等事务	4.70	67.8



问题：2016 年该市本级主要预算支出项目中，占总预算支出比重较上年有所提高的项目个数有（ ）。

- A. 7 个
B. 6 个
C. 5 个
D. 4 个

【答案】D

【解析】根据题意，2016 年.....比重较上年有所提高的项目数有几个，可确定此题为判断两期比重变化问题，因此只需要找到部分增长率>整体增长率，即 $a\% > b\%$ ，定位材料可知，整体增长率为一般预算增长率，为 50.8%，定位表格可知，大于 50.8% 的有体育，科学，节能环保和资源勘探电力信息等事务。共 4 个。因此答案为 D。

【拓展训练】

练 1.

2012 年某省各类产品产量情况

	产量（万吨）	同比增长率（%）
肉类	426.99	3.6
水产品	702.81	3.3
其中：海洋捕捞	152.75	-0.7
海水养殖	234.62	5.2
淡水捕捞	12.65	1.3
淡水养殖	302.79	4.0

问题：表中所列水产品中（海洋捕捞、海水养殖、淡水捕捞、淡水养殖）比重比 2011 年上升的有几个？（ ）

- A. 1 个
B. 2 个
C. 3 个
D. 不能计算

【答案】B

【解析】现在问的是比重上升的有几个，没有让我们去计算比重大小，只让我们去比较，所以考查的应该为比重模型。定位材料



海洋捕捞 (-0.7%)	占	水产品 (3.3%)
海水养殖 (5.2%)		
淡水捕捞 (1.3%)		
淡水养殖 (4.0%)		

利用结论，增长率大于整体，则比重上升；增长率小于整体，则比重下降。5.2%和4.0%大于3.3%，所以大于整体的有海水养殖和淡水养殖，所以答案为2个比重上升。选择B项。

02 讲 比重差公式

核心知识

即今年的比重与去年的比重相比较上升下降了多少。

经典例题

【例1】2015年3月末，国有企业资产总额1054875.4亿元，同比增长12%；负债总额685766.3亿元，同比增长11.9%；所有者权益合计369109.1亿元，同比增长12.2%。其中，中央企业资产总额554658.3亿元，同比增长10.5%；负债总额363304亿元，同比增长10.4%；所有者权益为191354.4亿元，同比增长10.7%。地方国有企业资产总额500217.1亿元，同比增长13.8%；负债总额322462.3亿元，同比增长13.7%；所有者权益为177754.7亿元，同比增长13.9%。

问题：2015年3月末，中央企业所有者权益占国有企业总体比重比上年同期约（ ）。

- A. 下降了0.7个百分点
- B. 下降了1.5个百分点
- C. 上升了0.7个百分点
- D. 上升了1.5个百分点

【答案】A

【解析】根据材料第四段可知，中央企业所有者权益同比增速小于总体，占比下降，因此所求为 $\frac{191354}{369109.1} \times \frac{12.2\% - 10.7\%}{1 + 10.7\%} \approx \frac{20}{36} \times \frac{1.5}{110} = \frac{0.5}{66} < 1\%$ ，选择A项。



【例 2】2020 年 1—2 月，我国境内投资者共对全球 147 个国家和地区的 1733 家境外企业进行了非金融类直接投资，累计实现投资 1078.6 亿元人民币，同比增长 1.8%。对外承包工程完成营业额 1080 亿元人民币，同比下降 9.5%，2020 年 1-2 月，对外投资主要流向租赁和商务服务业、批发和零售业、制造业和采矿业等传统投资领域，占对境外企业非金融类直接投资的比重分别为 40.8%、15.1%、11.3%和 8.9%。其中流向租赁和商务服务业的投资额同比增长 43.2%，成为增速最高的领域。

问题：2020 年 1—2 月，租赁和商务服务业对外投资额占对境外企业非金融类直接投资额的比重比上年同期约（ ）。

- A. 上升了 3 个百分点 B. 上升了 12 个百分点
C. 下降了 3 个百分点 D. 下降了 12 个百分点

【答案】B

【解析】根据题干“2020 年 1—2 月，……占……的比重比上年同期约”，结合选项为上升/下降+百分点，可判定本题为两期比重差计算问题。定位材料第一段可得，2020 年 1—2 月……累计实现投资(B) 1078.6 亿元人民币，同比增长(b%) 1.8%；定位材料第四段可得，2020 年 1—2 月，对外投资主要流向租赁和商务服务业、批发和零售业、制造业和采矿业等传统投资领域，占对境外企业非金融类直接投资的比重分别为 40.8%、15.1%、11.3%、8.9%。其中流向租赁和商务服务业的投资额同比增长(a) 43.2%，成为增速最高的领域。

根据两期比重差计算公式

$$\frac{A}{B} \times \frac{a\% - b\%}{1 + a\%} = 40.8\% \times \frac{43.2\% - 1.8\%}{1 + 43.2\%} \approx 40.8\% \times 0.3 \approx 12\%，即上升 12 个百分点。故$$

正确答案为 B。

【例 3】2015 年一季度，某省省级及以上园区（以下简称园区）实现主营业务收入 7062.85 亿元，同比增长 11%；实现主导产业主营业务收入 4369.54 亿元，同比增长 10.4%。一季度，全省园区共实现利润 279.54 亿元，同比增长 11.1%；上缴税金 223.87 亿元，同比增长 14.1%。

问题：2015 年一季度，该省园区企业上缴税金占主营业务收入的比重比上年同期（ ）。

- A. 上升了 0.1 个百分点 B. 上升了 3.1 个百分点



C. 下降了 0.1 个百分点

D. 下降了 3.1 个百分点

【答案】A

【解析】由题干可知本题求的是比重与上年同期相比，故可判定本题为比重变化问题。根据文字材料第一段和第三段，可知 2015 年一季度，该省园区实现主营业务收入 7062.85 亿元，同比增长 11%，上缴税金 223.87 亿元，同比增长 14.1%。由比重变化分析结论可知：若 $a\% > b\%$ ，即 $14.1\% > 11\%$ ，故比重上升，排除 C、D，又比重的变化量远远小于 $14.1\% - 11\%$ 的值，故正确答案为 A。

【例 4】

2017 年全省客货运输量及同比增长速度

	旅客				货物			
	运输量 (亿人次)	增长(%)	周转量 (亿人公里)	增长(%)	运输量 (亿吨)	增长(%)	周转量 (亿吨公里)	增长(%)
合计	6.5	2.9	1247.7	5.0	32.3	14.6	9663.5	9.7
铁路	1.3	12.5	754.6	7.2	1.8	6.7	1254.9	8.8
公路	4.9	0.6	481.0	1.8	28.8	15.3	6650.2	9.5
水路	0.2	1.8	12.1	0.6	1.7	10.6	1758.4	10.8

问题：2017 年该省铁路旅客运输量占全省客运量的比重比上年同期约（ ）。

A. 高 1.7 个百分点

B. 高 8.5 个百分点

C. 低 1.7 个百分点

D. 低 8.5 个百分点

【答案】A

【解析】根据题干.....比重比上年同期.....，又选项出现百分点，故本题考察比重差。代入比重差公式， $\frac{A}{B} \times \frac{a\% - b\%}{1 + a\%} = \frac{1.3}{6.5} \times \frac{12.5\% - 2.9\%}{1 + 12.5\%} \approx 1.7\%$ ，结果前两位与 A 选项最接近，故答案选 A。



【拓展训练】

练 1.

2017年5月我国银行业金融机构资产负债表情况(境内)

金融机构	总资产		总负债	
	金额(亿元)	同比增速(%)	金额(亿元)	同比增速(%)
银行业金融机构	2328934	12.5	2147187	12.6
其中:大型商业银行	839329	9.7	770521	9.8
股份制商业银行	431150	11.5	402922	11.5
城市商业银行	293063	19.7	273812	20
农村金融机构	314519	12.3	291766	12.1
其他类金融机构	450873	14.8	408166	14.8

问题:2017年5月,股份制商业银行总资产占银行业金融机构的比重与上年相比约()。

- A. 增加了2个百分点
B. 减少了2个百分点
C. 增加了0.2个百分点
D. 减少了0.2个百分点

【答案】D

【解析】根据题干“……比重与上年相比约”,又选项为百分点,判定为计算比重差。定位统计表,可得:2017年5月股份制商业银行总资产A=431150亿元,增长率a%=11.5%,银行业金融机构总资产B=2328934亿元,增长率b%=12.5%。根据两期比重差公式:a%<b%,因此比重下降,排除A、C,代入公式,

$$\frac{A}{B} \times \frac{a\% - b\%}{1 + a\%} = \frac{431150}{2328934} \times \frac{11.5\% - 12.5\%}{1 + 11.5\%} \approx -0.17\%, \text{D项最为接近。故正确答案为D。}$$

练2. 2016年全年广东省固定资产投资33008.86亿元,比上年增长10.0%。分投资主体看,国有经济投资6181.63亿元,下降2.9%;民间投资20504.39亿元,增长13.5%

问题:2016年国有经济投资占固定资产投资比重与上一年相比()。

- A. 上升2.5%
B. 上升11.7%
C. 下降2.5%
D. 下降11.7%

【答案】C



【解析】根据题干，确定考点为求比重差，定位文字第一行和第二行，部分增长率 < 整体增长率，排除答案 A、B，再根据比重差公式得出

$$\frac{A}{B} \times \frac{a\% - b\%}{1 + a\%} = \frac{6181.63}{33008.86} \times \frac{-2.9\% - 10\%}{1 - 2.9\%} \approx -2.52\%，与 C 选项最接近，故答案选 C。$$

练 3. 2011 年全国农民工总量达到 25278 万人，比上年增加 2055 万人，增长 4.4%。农民工从业仍以制造业、建筑业和服务业为主，从事建筑业的比重明显提高。从农民工的就业地区来看，2011 年在东部地区务工的农民工为 16537 万人，比上年增加 324 万人。在中部地区务工的农民工 4438 万人，比上年增加 334 万人，增长 8.1%。在西部地区务工的农民工 4215 万人，比上年增加 370 万人，增长 9.6%。

问题：2011 年在中部地区务工的农民工占农民工总人数的比重，较上一年约增加（ ）。

A. 0.6 个百分点

B. 3.7 个百分点

C. 6.2 个百分点

D. 12.5 个百分点

【答案】A

【解析】根据题意列式： $\frac{4438}{25278} - \frac{4438}{1+8.1\%} \div \frac{25278}{1+4.4\%} = \frac{4438}{25278} \times (1 - \frac{1+4.4\%}{1+8.1\%}) = 0.059\%$

03 讲 隔年增长率的计算

核心知识

【例】已知今年的量为 A 亿元，今年比去年增长 r_1 ，又知去年比前年增长 r_2 。求今年比前年的增长率。

可得公式：隔年的增长率为 $r_1 + r_2 + r_1 \times r_2$ 。

若 r_1 很小， r_2 很小，那么 $r_1 \times r_2$ 就非常小，可以忽略，那么隔年增长率为 $r_1 + r_2$

经典例题

【例 1】2018 年上半年，全国 GDP 为 418961 亿元，比上年同期增长 6.8%，2017 年同期为 6.9%。其中，一季度 GDP 环比增长 1.4%，比上季度回落 0.2 个百分点。

问题：2018 年上半年，我国 GDP 比 2016 年同期大约增长百分之几？（ ）

A. 6.9%

B. 11.2%



C. 13.7%

D. 14.2%

【答案】D

【解析】由材料可知“2018年上半年我国GDP为418961亿元，比上年同期增长6.8%，2017年同期为6.9%”，所 $6.8\%+6.9\%+6.8\%\times 6.9\% > 6.8\%+6.9\%=13.7\%$ ，只有D符合。故本题选D。

【例2】2018年7月份，我国煤炭进口2901万吨，同比增长49.1%，上年同期下降8.2%，比上月增加354万吨。1-7月份，煤炭进口1.7亿吨，同比增长15.0%，比上年减少3个百分点。

问题：与2016年7月份相比，2018年7月份我国煤炭进口量约增长了（ ）。

A. 61.3%

B. 44.9%

C. 36.9%

D. 33.4%

【答案】C

【解析】由材料可知，2018年7月份，我国煤炭进口2901万吨，同比增长49.1%，上年同期下降8.2%，列式： $49.1\%-8.2\%-49.1\%\times 8.2\%\approx 40.9\%-49\%\times 8\%=40.9\%-3.92\%=36.98\%$ ，故本题选C。

【例3】2016年12月份，我国快递服务企业业务量完成54.2亿件，同比增长29%，增幅比上年同期扩大5.3个百分点；业务收入完成609.6亿元，同比增长17.3%，增速比上年同期慢3.5个百分点。

问题：2016年12月，我国快递服务企业业务收入约完成（ ）亿元。

A. 358.1

B. 384.5

C. 402.3

D. 430.2

【答案】D

【解析】由文字最后一段可知“2018年12月，我国快递服务企业业务收入完成609.6亿元，同比增长17.3%，增速比上年慢3.5个百分点。”则2017年我国快递服务企业业务收入同比增速为 $17.3\%+3.5\%=20.8\%$ ，所求为

$$\frac{609.6}{1+17.3\%+20.8\%+17.3\%\times 20.8\%} \approx \frac{609.6}{1+38.1\%+17\%\times 21\%} \approx \frac{609.6}{1.42} \approx 429 \text{ 亿元，选择最接近的D项。}$$

【拓展训练】

练 1. 2018 年, 我国邮政行业业务收入 (不包括邮政储蓄银行直接营业收入) 累计完成 7904.7 亿元, 同比增长 19.4%, 上年同期同比增长 23.1%。

问题：与 2016 年相比，2018 年我国邮政行业业务收入（不包括邮政储蓄银行直接营业收入）约增长（ ）。

- A. 20.4% B. 23.1%
- C. 42.5% D. 47.0%

【答案】 D

【解析】由文字可知“2018年，我国邮政行业业务收入（不包括邮政储蓄银行直接营业收入）同比增长19.4%，上年同期同比增长23.1%”，所求为 $19.4\%+23.1\%+19.4\%\times 23.1\%>19.4\%+23.1\%=42.5\%$ ，选D。

练 2. 2019 年 12 月份, 我国邮政行业业务收入完成 763 亿元, 同比增长 16.7%, 增幅比上年同期收窄 3.9 个百分点; 业务总量完成 1279.6 亿元, 同比增长 26.2%, 增速下降 3.5 个百分点。

问题：2018 年 12 月，我国邮政行业业务收入比 2016 年同期约增长（ ）。

- A. 37.3% B. 40.7%
- C. 39.1% D. 38.2%

【答案】 B

【解析】由文字可知“2018年12月，我国邮政行业业务收入同比增长16.7%，增幅比上年同期收窄3.9个百分点。”则2017年12月我国全行业业务收入同比增长为 $16.7\%+3.9\%=20.6\%$ ，所求为 $16.7\%+20.6\%+16.7\%\times 20.6\%\approx 37.3\%+\frac{1}{6}\times 20.6\%\approx 37.3\%+3.4\%=40.7\%$ ，选B。

练 3. 2017 年, G 省交通运输生产持续平稳增长。全年客运总量 522002.45 万人, 比上年增长 11.8%, 增幅同比回落 2.9 个百分点。旅客周转总量 3852.66 亿人公里, 比上年增长 15.3%, 增幅同比回落 1.4 个百分点。

问题：2015 年客运总量约为（ ）万人。

- A. 407068 B. 428748



C. 455102

D. 479340

【答案】A

【解析】本题所求为隔年基期值，根据材料“今年客运总量 522002.45 万人，比上年增长 11.8%，增幅同比回落 2.9 个百分点”可得到 2017 年和 2016 年的增长率，所以可以通过隔年增长率求出 2017 年相比 2015 年的增长率，从而求 2015 年的值， $q_1=11.8\%$ ， $q_2=11.8\%+2.9\%=14.7\%$ ，所以隔年基期值

$$= \frac{\text{现期值}}{1 + \text{隔年增长率}} = \frac{522002.45}{11.8\% + 14.7\% + 11.8\% \times 14.7\%} \approx \frac{522002.45}{1.283} = 40XXXX \text{ 万人，答案选 A。}$$

04 讲 年均增长率的计算

核心知识

公式一、 $r = \sqrt[n]{\frac{B}{A}} - 1$ （不是用来计算的而是用来比较年均增长率大小的）

公式二、 $r < \frac{\frac{B}{A} - 1}{n}$ （如果遇到百分数的选项，用放缩法来计算）

r 表示年均增长率， B 为终止年份数据， A 为起始年份数据， n 为经过多少年。

公式三、 $r \approx \frac{r_1 + r_2 + \dots + r_m}{m}$ 。

r 表示年均增长率， r_1, r_2, \dots, r_m 表示每一年的增长率， m 表示个数。

公式四、用年均增长率往后求。 $A \times (1+r)^n$ ，往后求 1 年 1 次方，往后求 2 年 2 次方，依次类推。

经典例题

【例 1】2015 年至 2019 年，郑州市国民经济持续健康快速发展。2014 年地方财政预算收入为 502.3 亿元，截至 2019 年增长至 924.9 亿元；而地方财政总收入也从 2015 年的 820.1 亿元增长至 1419.49 亿元。

问题：2015-2019 年间，郑州市地方财政总收入每年平均增长率约为（ ）。

A. 14.7%

B. 19.2%



C. 21.7%

D. 27.6%

【答案】A

【解析】题目中已知末期至与初期至求年均增长率，则可利用估算公式进行求

解： $\frac{\frac{\text{末期值}}{\text{初期值}} - 1}{n} = \frac{\frac{1419.49}{820.1} - 1}{4} = \frac{1419.49 - 820.1}{4 \times 820.1} \approx \frac{599.39}{3280} = 18.X\%$ ，计算结果偏大，

选择 A。

【例 2】

2015-2016 年中国生活服务电商市场交易规模统计表

单位：亿元

	2015 年	2016 年
在线餐饮外卖市场	530.6	1761.5
移动出行市场	999.0	2038.0
在线旅游市场	4487.2	6138.0

问题：如按 2016 年移动出行市场同比增长趋势估算，2018 年该市场规模将为（ ）。

A. 接近 5000 亿元

B. 6000 多亿元

C. 8000 多亿元

D. 超过 1 万亿元

【答案】C

【解析】本题考查年均增长率的运用，增长率为 $(2038 - 999) \div 999 \approx 104\%$ ，利用年均增长率预测： $2038 \times (1 + 104\%)^2 = 8481$ ，答案选 C。



【拓展训练】

练 1.

表 2011-2017 年全国艺术表演团体基本情况

年份	机构数 (个)	从业人员数 (人)	演出场次 (万场)	国内演出观众 人次 (万人次)	总收入 (万元)
2011	7055	226599	154.7	74585.1	1540263
2012	7321	242047	135.0	82805.1	1968802
2013	8180	260865	165.1	90064.3	2800266
2014	8769	262887	173.9	91019.7	2264046
2015	10787	301840	210.8	95799.0	2576483
2016	12301	332920	230.6	118137.7	3112276
2017	15752	403197	293.8	124862.9	3421091

问题：2012-2017 年，我国艺术表演团体从业人员数平均每年约增长（ ）。

A. 10.7%

B. 13.6%

C. 16.1%

D. 14.9%

【答案】A

【解析】由表可知，2012 年我国艺术表演团体从业人员数为 242047 人，2017

年为 403197 人，所求为 $\sqrt[5]{\frac{403197}{242047}} - 1 \approx \frac{403197 - 242047}{242047} = \frac{161150}{242047} \approx \frac{32230}{242000} \approx$

13.3%，选择偏小的 A。

05 讲 混合增长率的计算

核心知识

类似于溶液混合进行解题。



经典例题

【例 1】

2017 年我国对主要国家和地区货物进出口额及其增长速度

单位：亿美元

国家和地区	货物出口额	比上年增长%	货物进口额	比上年增长%
欧盟	2452	29.2	1110	22.4
美国	2327	14.4	694	17.
中国香港	1844	18.8	128	18.9
日本	1021	11.4	1340	15.8
东盟	942	32.1	1084	21.0
韩国	561	26.1	1038	15.6
俄罗斯	285	79.9	197	12.1
印度	240	64.7	146	42.4
中国台湾	235	13.1	1010	16.2

问题：2017 年我国对韩国货物进出口总额约比上年增长（ ）。

A. 15.6%

B. 19.1%

C. 26.1%

D. 44.2%

【答案】B

【解析】2017 年我国对韩国货物进出口总额的增长率由货物出口额的增长率和货物进口额的增长率混合得到。货物出口额的增长率为 26.1%，货物进口额的增长率为 15.6%，根据整体增长率介于部分增长率之间。观察选项，只有 B 项符合要求。故正确答案为 B。



【例 2】

2016 年 1 季度全国规模以上文化及相关产业企业营业收入

	收入（亿元）	增速（%）
总计	16719	8.6
按产业分		
新闻出版发行服务	579	13.9
广播电影电视服务	325	24.2
文化艺术服务	54	25.0
文化信息传输服务	1131	27.8
文化创意和设计服务	2041	12.2
文化休闲娱乐服务	223	25.0
工艺美术品的生产	3272	4.4
文化产品生产的辅助生产	1828	7.6
文化用品的生产	6422	6.3
文化专用设备的生产	844	3.1

问题：合并计算 2016 年 1 季度营业收入最高的两个产业，其营业收入总体增速最接近以下哪个数字（ ）。

A. 4.4

B. 5.1

C. 5.7

D. 6.4

【答案】C

【解析】混合增长率求值。根据表格可知收入最高的两个产业为工艺美术品的生产（3272 亿元）和文化用品的生产（6422 亿元），增长率分别为 4.4% 和 6.3%，根据整体增长率介于部分增长率之间，且偏向“权重”大的一边，则这两个产业总体的增速应介于 4.4% 和 6.3% 之间，排除 A、D 选项，且偏向 6.3%，C 选项符合条件。故正确答案为 C。

【例 3】由于改良了种植技术，农场 2017 年种植的 A 和 B 两种作物，产量分别增加了 10% 和 25%。已知 2017 年两种作物总产量增加了 18%，问 2017 年 A 和 B 两种作物的产量比为（ ）。

A. 7:8

B. 8:7



C. 176 : 175

D. 77 : 100

【答案】D

【解析】十字交叉法。根据题意可知是两个分别为 A、B 的产物产量构成总产量。根据十字交叉得（ ）。

$$\begin{array}{ccc}
 A & 10\% & \backslash \\
 & & 18\% \\
 B & 25\% & /
 \end{array}
 \begin{array}{ccc}
 & & 7\% \\
 & & 8\%
 \end{array}$$

可得： $\frac{A \text{ 产物的基期量}}{B \text{ 产物的基期量}} = \frac{7\%}{8\%} = \frac{7}{8}$ ；则 $\frac{A \text{ 产物的现期量}}{B \text{ 产物的现期量}} = \frac{7\% \times 1.1}{8\% \times 1.25} = \frac{77}{100}$ 。故正确答案为 D。

【拓展训练】

练 1. 2018 年全国农村网络零售额为 13700 亿元。其中，农村实物商品网络零售额为 10900 亿元，同比增长 30.9%；农村非实物商品网络零售额 2800 亿元，同比增长 28.4%。

问题：2018 年全国农村网络零售额同比增速在以下哪个范围之内（ ）

A. 低于 27%

B. 27%—29%

C. 29%—31%

D. 超过 31%

【答案】C

【解析】混合增长率问题。根据材料“农村实物商品网络零售额为 10900 亿元，同比增长 30.9%；农村非实物商品网络零售额为 2800 亿元，同比增长 28.4%”，全国农村网络零售额 = 农村实物商品网络零售额 + 农村非实物商品网络零售额，混合增长率中整体的增长率介于部分增长率之间，且偏向“权重”大的一边。根据“整体增长率介于部分增长率之间”，可知 $28.4\% < \text{整体增长率} < 30.9\%$ ，排除 A、D 选项。根据“偏向于‘权重’大的一边”，农村实物商品网上零售额（基） > 农村非实物商品网上零售额（基），则整体增长率应偏向于实物商品网上零售额，故应 $> \frac{28.4\% + 30.9\%}{2} \approx 29.65\%$ ，排除 B 选项。故正确答案为 C。

练 2. 2014 年，某地区生态移民人均可支配收入 5084 元，其中县内移民人均可支配收入 4933 元，县外移民人均可支配收入 5253 元，2014 年该地区生态移民人均可支配收入比农村居民人均可支配收入低 3326 元，比该地区山区九县农村居民人均可支配收入低 1099 元。



问题：2014 年，该地区生态移民中，县内移民与县外移民人数之比与以下哪一项最接近？（ ）

A. 8 : 5

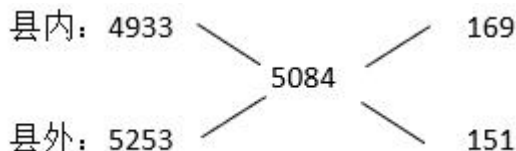
B. 10 : 9

C. 5 : 8

D. 9 : 10

【答案】B

【解析】十字交叉法。根据文字材料，2014 年该地区生态移民人均可支配收入 5084 元，其中县内移民人均可支配收入为 $\frac{\text{县内总收入}}{\text{县内移民总人数}} = 4933$ 元，县外移民人均可支配收入为 $\frac{\text{县外总收入}}{\text{县外移民总人数}} = 5253$ 元



交叉相减得到的差值之比等于原分数分母比值，即县内移民人数:县外移民人数，C、D 项排除，B 项接近。故正确答案为 B。

06 讲 判断平均数变化

核心知识

相似于判断比重变化公式。

经典例题

【例 1】

表：2014 年 1—2 月商品房销售情况

地区	商品房销售面积		商品房销售额	
	绝对数（万平方米）	同比增长（%）	绝对数（亿元）	同比增长（%）
东部地区	5089	-6.0	4356	-9.6
中部地区	2800	15.1	1405	14.3
西部地区	2577	-1.8	1329	1.3
全国总计	10466	-0.1	7090	-3.7



问题：在东部、中部、西部地区中，2014 年 1—2 月商品房平均销售价格高于上年同期水平的地区有几个？（ ）

- A. 2
B. 3
C. 0
D. 1

【答案】D

【解析】根据表格材料 2 可得：“东、中、西部商品房销售额增速 a 分别为 -9.6% 、 14.3% 和 1.3% ；商品房销售面积增速 b 分别为 -6.0% 、 15.1% 、 -1.8% 。”根据两期平均数比较理论，当 $a > b$ 时，平均数增加，即 2014 年 1—2 月商品房平均销售价格高于上年同期水平。在三个地区中，满足 $a > b$ 的只有西部。故正确答案为 D。

【例 2】

各种运输方式完成运输量

	货物周转量		货运量		旅客周转量		客运量	
	绝对数 (亿吨 公里)	比上年 增长 (%)	绝对数 (万吨)	比上年 增长 (%)	绝对数 (亿人 公里)	比上年 增长 (%)	绝对数 (万人 次)	比上年 增长 (%)
总计	5154.5	8.5	160966.8	9.2	1423.3	8.1	201262.9	9.5
铁路	323.9	-6.2	6137.4	19.9	311.3	-2.4	9167.2	3.6
公路	971.1	9.7	104002.0	8.8	1058.0	11.2	191001.0	9.8
水路	3372.1	10.1	42016.0	9.1	1.4	85.6	686.5	9.7
民航	0.6	-3.6	4.4	-5.1	52.7	15.4	408.2	16.3
管道	486.8	6.4	8807.0	8.8	—	—	—	—

问题：表中的 4 种客运方式中，2012 年平均每人每次运输距离高于 2011 年水平的有几种（ ）。

- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

【答案】B



【解析】分数变化比较。平均运输距离 = $\frac{\text{旅客周转量}}{\text{客运量}}$ ，根据分数变化法则可知“分子增长率 > 分母增长率，比值上升，分子增长率 < 分母增长率，比值下降”。根据表格可知铁路：-2.4% < 3.6%，比值下降；公路：11.2% > 9.8%，比值上升；水路：85.6% > 9.7%，比值上升；民航：15.4% < 16.3%，比值下降。所以 2012 年平均每人运输距离高于 2011 年水平的有 2 种。故正确答案为 B。

【例 3】其中，出口量 189.28 万吨，出口额 95.81 亿美元，同比分别增长 1.52% 和 -2.39%。主要出口国家和地区中，对美国、欧盟、东盟、日本、中国香港、韩国和中国台湾的出口额分别增长 -2.49%、-5.04%、31.26%、-1.37%、-18.94%、-11.67% 和 4.43%。

问题：2015 年上半年平均每吨水产品的出口价格比上年同期低（判断对错）（ ）。

【答案】正确

【解析】2015 年上半年水产品的出口量 189.28 万吨，出口额 95.81 亿美元，同比分别增长 1.52% 和 -2.39%，出口单价 = $\frac{\text{出口额}}{\text{出口量}}$ ，则 $a = -2.39\%$ ， $b = 1.52\%$ ， $a < b$ ，因此 2015 年上半年平均每吨水产品的出口价格比上年同期低，正确；

【拓展训练】

练 1. 2015 年 1-3 月，我国商业营业用房销售面积同比增长 5.4%，商业营业用房销售额增长 1.8%。

问题：与上年相比，2015 年 1-3 月我国商业营业用房平均销售价格有所增加还是减少？

【答案】减少

【解析】 $1.8\% < 5.4\%$ ，减少。

练 2. 2014 年全国非金融领域新设立外商直接投资企业 23778 家，比上年增长 4.4%。实际使用外商直接投资金额 7364 亿元，按美元计价 1196 亿美元，增长 1.7%。

问题：与上年相比，2014 年全国非金融领域平均每家新设立外商直接投资企业



实际使用外商直接投资金额有所增加还是减少？

【答案】减少

【解析】 $1.7\% < 4.4\%$, 减少。

练 3. 2014 年我国出口汽车 90 万辆, 比上年减少 2.8%; 出口额 770 亿元, 增长 3.5%。

问题: 与上年相比, 2014 年我国汽车平均每辆出口价格有所上升还是下降?

【答案】上升

【解析】 $3.5\% > -2.8\%$, 上升。

07 讲 平均数增长率的计算公式

【基础理论】

【例】已知某省今年的 GDP 为 A 亿元, 今年比去年增长 a%, 又知该省今年总人口为 B 亿人, 今年比去年增长 b%。求今年的人均 GDP 比去年增长百分之几?

概念: 人均 GDP = $\frac{\text{GDP 总值}}{\text{总人口}}$

	GDP	人口	人均 GDP
今年	A 亿元	B 亿人	$\frac{A}{B}$
去年	$\frac{A}{1+a\%}$	$\frac{B}{1+b\%}$	$\frac{\frac{A}{1+a\%}}{\frac{B}{1+b\%}}$

$$\text{增长率} = \frac{\text{今年的人均 GDP} - \text{去年的人均 GDP}}{\text{去年的人均 GDP}} = \frac{\text{今年的人均 GDP}}{\text{去年的人均 GDP}} - 1$$

$$\text{列式为: 增长率} = \frac{A}{B} \div \left(\frac{A}{1+a\%} \div \frac{B}{1+b\%} \right) - 1 = \frac{1+a\%}{1+b\%} - 1 = \frac{a\% - b\%}{1+b\%}$$



得公式：平均值（比值）的增长率公式为： $\frac{a\% - b\%}{1 + b\%}$

此公式关键要搞清楚a%和b%分别表示什么，其中a%表示的是公式中分子的增长率，b%表示的是公式中分母的增长率。

【例 1】2014 年全国棉花播种面积 4219.1 千公顷，比 2013 年减少 2.9%。棉花总产量 616.1 万吨，比 2013 年减产 2.2%。

问题：2014 年全国棉花单位面积产量比上年约（ ）。

- A. 提高了 5.1% B. 提高了 0.7%
- C. 降低了 5.1% D. 降低了 0.7%

【答案】 B

【解析】平均数的增长率求值。平均数增长率 $=\frac{a-b}{1+b}$ ，根据文字部分，其中 $a=-2.2\%$ ， $b=-2.9\%$ ，则 $\frac{a-b}{1+b}=\frac{-2.2\%-(-2.9\%)}{1+(-2.9\%) }=\frac{0.7\%}{97.1\%}\approx 0.7\%$ 。故正确答案为 B。

【例 2】2016 年全国餐饮收入 35799 亿元，同比增长 10.8%，餐饮收入占社会消费品零售总额的比重为 10.8%。2016 年全社会餐饮业经营单位为 365.5 万个，同比下降 8.2%；从业人数为 1846.0 万人，同比增长 5.7%。

问题：2016 年全社会餐饮业平均每个经营单位的从业人数比上年约（ ）。

- A. 減少了 2% B. 減少了 15%
- C. 增加了 2% D. 增加了 15%

【答案】 D

【解析】平均数增长率求值。根据“2016年全社会餐饮业经营单位为365.5万个，同比下降8.2%；从业人数为1846.0万人，同比增长5.7%”，平均每个经营单位的从业人数 = $\frac{\text{总从业人数}}{\text{总经营单位数量}}$ ，则平均数增长率 = $\frac{a-b}{1+b} = \frac{5.7\% - (-8.2\%)}{1 + (-8.2\%)} = \frac{13.9\%}{1 - 8.2\%} > 13.9\%$ ，D项符合。故正确答案为D。

【例 3】2018 年前三季度，S 省社会物流总额 35357.26 亿元，同比增长 6.4%，增速比上半年放缓 0.7 个百分点。其中，工业品物流总额 16636.15 亿元，同比增长 0.2%；外部流入（含进口）货物物流总额 17357.31 亿元，同比增长 12.1%；S 省社



会物流总费用 2682.1 亿元，同比增长 6.3%，比上半年放缓 0.9 个百分点，其中：物流运输环节总费用 1854.6 亿元，同比增长 6.3%；保管环节总费用 612.4 亿元，同比增长 6.4%。

问题：2018 年前三季度，平均每万元社会物流总额产生的物流费用比上年同期（ ）

- A. 下降了不到 1%
- B. 下降了 1%以上
- C. 上升了不到 1%
- D. 上升了 1%以上

【答案】A

【解析】平均数的增长率求值。平均数增长率 $= \frac{a\% - b\%}{1 + b\%}$ ，根据 2018 年前三季度，S 省社会物流额 35357.26 亿元，同比增长 6.4%，2018 年前三季度，S 省社会物流总费用 2682.1 亿元，同比增长 6.3%。物流费用的增长率为 a%，物流额的增长率为 b%。

代入公式 $\frac{6.3\% - 6.4\%}{1 + 6.4\%} = \frac{-0.1\%}{1 + 6.4\%}$ ，下降了不到 0.1%。故正确答案为 A。

【拓展训练】

练 1. 2017 年，S 市服务业小微样本企业总体实现营业收入 105.39 亿元，同比增长 3.1%，比 2016 年回落了 15.7 个百分点，户均实现营业收入 510.63 万元。S 市服务业小微样本企业总体资产 938.58 亿元，同比增长 4.2%，增速比 2016 年下降 0.9 个百分点。

问题：2017 年，S 市服务业小微样本企业平均每万元资产实现营业收入比 2015 年（ ）。

- A. 增长了不到 5%
- B. 增长了 5%以上
- C. 下降了不到 5%
- D. 下降了 5%以上

【答案】B

【解析】平均数的增长率求值。根据 2017 年，S 市服务业小微样本企业总体实现营业收入 105.39 亿元，同比增长 3.1%，比 2016 年回落了 15.7 个百分点；2017 年，S 市服务业小微样本企业总体资产 938.58 亿元，同比增长 4.2%，增速比 2016 年下降 0.9 个百分点”。平均每万元资产实现营业收入 $= \frac{\text{营业收入}}{\text{资产}}$ ，平均数增长率 $= \frac{a - b}{1 + b}$ 。

先根据间隔增长率公式： $R = r_1 + r_2 + r_1 \times r_2$ 计算 a 和 b，则营业收入的间隔增长率 $a = 3.1\% + (3.1\% + 15.7\%) + 3.1\% \times (3.1\% + 15.7\%) \approx 21.9\% +$



0.6%=22.5%；总体资产的间隔增长率 $b=4.2\%+(4.2\%+0.9\%)+4.2\% \times (4.2\%+0.9\%) \approx 9.3\%+0.2\%=9.5\%$ 。代入公式计算 $=\frac{22.5\%-9.5\%}{1+9.5\%}=\frac{13\%}{1.095} \approx 12\%$ ，在 B 项范围之内。故正确答案为 B。

练 2. 2017 年长江流域棉花播种面积减少 97.0 千公顷, 下降 14.9%。2017 年全国棉花每公顷单位面积产量为 1698.6 公斤。其中, 长江流域棉区每公顷单位面积产量减少 39.5 公斤, 下降 3.6%。

问题：2017年，长江流域棉区棉花总产量同比约下降（ ）。

- [illegible]

【答案】 D

【解析】根据已知材料，2017 年长江流域棉花播种面积下降 14.9%，2017 年长江流域棉区每公顷单位面积产量下降 3.6%，棉区每公顷单位面积产量 = $\frac{\text{产量}}{\text{面积}}$ ，根据平均数的增长率 = $\frac{a\% - b\%}{1 + b\%}$ ，代入数据， $-3.6\% = \frac{a\% - (-14.9\%)}{1 + (-14.9\%)} = \frac{a\% + 14.9\%}{85.1\%}$ ，解得 $a\% \approx -17.9\%$ ，结合选项只有 D 选项符合。故正确答案为 D。



专题三：估算方法

01 讲 尾数法

核心知识

适用题型：多个数值加减运算并且考查题目为精确计算。

经典例题

【例 1】 $9934-321+6641-3392=(\quad)$

A. 12862

B. 12834

C. 12876

D. 12868

【答案】A

【解析】选项末一位不同，直接末一位相加减， $4-1+1-2$ ，结果尾数为 2。故答案选 A。

【例 2】 $554.56+56.18+56.32+47.89+558.77=(\quad)$

A. 1034.52

B. 1152.62

C. 1211.82

D. 1273.72

【答案】D

【解析】选项末两位不同，直接末两位相加， $56+18+32+89+77$ ，结果尾数为 72。故答案选 D。

【例 3】2014 年我国实施“单独两孩”生育政策，出生人口 1687 万人，比上年增加 47 万人。2016 年实施“全面两孩”生育政策，出生人口 1786 万人，比上年增加 131 万人；出生率与“十二五”时期年平均出生率相比，提高了 0.84 个千分点。2017 年我国出生人口 1723 万人，虽然比上年减少 63 万人，但比“十二五”时期年平均出生人口多出 79 万人；出生率为 12.43%，比上一年降低 0.52 个千分点。2017 年二孩数量进一步上升至 883 万人，二孩占全部出生人口的比重达到 51.2%，比 2016



年的占比提高了 11 个百分点。

问题：“十二五”时期我国年平均出生率为（ ）。

A. 11.59‰

B. 12.11‰

C. 12.43‰

D. 12.95‰

【答案】B

【解析】根据文字材料可列得： $12.43\% + 0.52\% - 0.84\% = 12.11\%$ 。选项末一位不同，直接末一位相加减， $3 + 2 - 4 = 1$ 。故答案选 B。

【拓展训练】

练 1.

2014年1-11月我国货物运输情况

	11月	同比增速 (%)	1-11月	同比增速 (%)
货物运输总量（亿吨）	39.3	7.1	393.2	7.3
其中：铁路（亿吨）	3.2	-6.5	35.0	-3.2
公路（亿吨）	30.7	8.6	303.6	8.8
水运（亿吨）	5.4	7.6	54.5	6.8
民航（万吨）	55.5	3.4	538.0	5.7
货物周转总量（亿吨公里）	16409.2	8.6	164873.0	10.1
其中：铁路（亿吨公里）	2354.4	-6.4	25200.7	-5.2
公路（亿吨公里）	5833.0	10.4	55448.0	9.8
水运（亿吨公里）	8204.1	12.5	84056.0	16.0
民航（亿吨公里）	17.6	8.5	168.7	8.8

问题：2014 年 1~10 月我国货物运输总量为多少亿吨？（ ）

A. 340.2

B. 353.9

C. 366.5

D. 393.2

【答案】B

【解析】定位表格数据可知： $393.2 - 39.3$ ，选项末一位不同，直接末一位相减， $2 - 3 = 9$ ，结果末位为 9。故答案选 B。

练 2. 2012 年末，中国大陆总人口 135404 万人，全年出生人口 1635 万人，死



亡人口 966 万人。从性别结构看，男性人口 69395 万人，同比增加 327 万人；女性人口 66009 万人，同比增加 342 万人；从城乡结构看，城镇人口 71182 万人，同比增加 2103 万人；乡村人口 64222 万人，同比减少 1434 万人。

问题：2011 年中国大陆总人口是（ ）。

- A. 133769 万人 B. 136370 万人
C. 134735 万人 D. 136103 万人

【答案】C

【解析】根据题干中“2011 年中国大陆总人口”和材料中“2012 年全年出生人口 1635 万人，死亡人口 966 万人”确定本题为简单加减计算。2012 年新增人口=出生人口-死亡人口=1635-966=669 万人，则 2011 年中国大陆总人口=135404-669，选项末一位不同，直接末一位相减，4-9=5，直接判定为 C 项。故答案选 C。

02 讲 首数法

核心知识

首数法又名截位直除法，它是资料分析当中最常用的方法，而且是非常精确的估算方法，主要是在除法运算时，运用首一位数或首两位数达到快速精准估算。

截位直除法前提（ ）。

- ①必须是除法最后一步就可得到答案。
②选项中首一位或首两位数不一样。

使用方法（ ）。

- (1) 被除数（分子）不动；
(2) 依据选项截取除数的位数，若选项首一位不同，则截取分母的前两位，看第三位是否需要四舍五入进位；若选项首一位相同首二位不同，则截取分母的前三位，看第四位是否需要四舍五入进位。
(3) 不用管式子中的小数点、百分号和单位

经典例题

【例 1】 $\frac{456.9}{23.77\%} = (\quad)$



A. 2011.3

B. 1922.2

C. 1832.4

D. 1711.9

【答案】B

【解析】选项的首两位数不一样， $\frac{456.9}{23.77\%} \Rightarrow \frac{4569}{238} \approx 19.X$ 。结果前几位有效数字跟B项最接近，故答案选B。

【例2】 $\frac{3654}{1+9.8\%} = (\quad)$

A. 3142

B. 3706

C. 3579

D. 3328

【答案】D

【解析】选项的首两位数不一样， $\frac{3654}{1+9.8\%} \Rightarrow \frac{3654}{110} \approx 33.X$ ，结果前几位有效数字跟D项最接近，故答案选D。

【例3】2016年，我国全年完成邮电业务收入总量43344亿元，比上年增长52.7%。其中，邮政业务收入7397亿元，增长45.7%；电信业务总量35948亿元，增长54.2%。邮政业全年完成邮政函件业务36.2亿件，包裹业务0.3亿件，快递业务量312.8亿件；快递业务收入总量3974亿元。电信业全年新增移动电话交换机容量7318万户，达到218384万户。2016年全国电话用户总数152856万户（电话包括固定电话和移动电话两种），其中移动电话用户132193万户。移动电话普及率上升至96.2部/百人。固定互联网宽带接入用户29721万户，比上年增加3774万户，其中固定互联网光纤宽带接入用户22766万户，比上年增加7941万户；移动宽带用户94075万户，增加2340万户，移动互联网接入流量93.6亿G，比上年增长123.7%。互联网上网人数7.31亿人，增加4299万人，其中手机上网人数6.95亿人，增加7550万人，互联网普及率达到53.2%，其中农村地区互联网普及率达到33.1%。软件信息技术服务业完成软件业务收入48511亿元，比上年增长14.9%。

问题：2016年我国快递业务收入总量占邮电业务收入总量的比重为（ ）。

A. 8.17%

B. 9.17%

C. 10.17%

D. 11.17%

【答案】B



【解析】计算现期比重。选项中首两位数不一样，根据文字材料可列得：

$$\frac{3974}{43344} \approx \frac{3974}{43300} = 9.2\% , \text{结果前几位有效数字和 B 项最为接近。故答案选 B。}$$

【例 4】2017 年上半年，全国居民人均可支配收入 12932 元，比上年同期名义增长 8.8%，其中，城镇居民人均可支配收入 18322 元，增长 8.1%（以下如无特别说明，均为同比名义增长）；农村居民人均可支配收入 6562 元，增长 8.5%。按收入来源分，2017 年上半年，全国居民人均工资性收入 7435 元，增长 8.6%，占全国居民人均可支配收入的比重为 57.5%；人均经营净收入 2117 元，增长 5.9%，占全国居民人均可支配收入的比重为 16.4%；人均财产净收入 1056 元，增长 9.6%，占全国居民人均可支配收入的比重为 8.2%；人均转移净收入 2324 元，增长 11.9%，占全国居民人均可支配收入的比重为 18.0%。

问题：2016 年上半年，城镇居民人均可支配收入约为多少万元？（ ）

A. 1.4

B. 1.7

C. 2.1

D. 2.3

【答案】B

【解析】计算基期值。根据文字材料可列得： $\frac{18322}{1+8.1\%} = \frac{18322}{1.08} \approx 1.7$ 万元。故答案选 B。

【例 5】2016 年 6 月份，我国社会消费品零售总额 26857 亿元，同比增长 10.6%，环比增长 0.92%。其中，限额以上单位消费品零售额 13006 亿元，同比增长 8.1%。

2016 年 5 月份，全国社会消费品零售总额约为（ ）。

A. 24594 亿元

B. 24233 亿元

C. 26612 亿元

D. 27104 亿元

【答案】C

【解析】求基期值。选项中首两位数不一样，根据文字材料可列得：

$$\frac{26857}{1+0.92\%} \approx \frac{26857}{1.01} \approx 265XX。结果前几位有效数字和 C 项最为接近，故答案选 C。$$

**【拓展训练】**

练 1. 2020 年 1—2 月, 我国境内投资者共对全球 147 个国家和地区的 1733 家境外企业进行了非金融类直接投资, 累计实现投资 1078.6 亿元人民币, 同比增长 1.8%。对外承包工程完成营业额 1080 亿元人民币, 同比下降 9.5%, 新签合同额 2150.3 亿元人民币, 同比增长 38.3%。对外劳务合作派出各类劳务人员 3.9 万人, 同比减少 2.9 万人, 2 月末在外各类劳务人员 77.8 万人。

问题: 2020 年 1—2 月, 我国境内投资者对每个当期内产生非金融类直接投资的境外企业的非金融类直接投资额均值约为多少亿元人民币? ()

A. 1.6

B. 1.3

C. 0.8

D. 0.6

【答案】D

【解析】根据题干“2020 年 1—2 月, ……每个……均值约为多少亿元人民币”, 可判定本题为现期平均数问题。定位文字材料“2020 年 1—2 月, 我国境内投资者共对全球 147 个国家和地区的 1733 家境外企业进行了非金融类直接投资, 累计实现投资 1078.6 亿元人民币, 同比增长 1.8%”, 可得, 累计实现投资额 1078.6 亿元人民币, 境外企业数为 1733 家, 故题干所求 = $\frac{\text{累计实现投资额}}{\text{境外企业数}} = \frac{1078.6}{1733} \approx 0.6$ 亿元人民币。故答案选 D。

练 2. 2016 年“一带一路”沿线 64 个国家 GDP 之和约为 12.0 万亿美元, 占全球 GDP 的 16%; 人口总数约为 32.1 亿人, 占全球总人口的 43.4%; 对外贸易总额(进口额+出口额)约为 71885.6 亿美元, 占全球贸易总额的 21.7%。

2016 年“一带一路”沿线国家情况

	人口 (万人)	GDP (亿美元)	进口额 (亿美元)	出口额 (亿美元)
蒙古	301.4	116.5	38.7	45.0
东南亚 11 国	63852.5	25802.2	11267.2	11798.6
南亚 8 国	174499.0	29146.6	4724.1	3308.5
中亚 5 国	6946.7	2254.7	422.7	590.7
西亚、北非 19 国	43504.6	36467.5	9675.5	8850.7
东欧 20 国	32161.9	26352.1	9775.5	11388.4

问题: 2016 年全球贸易总额约为多少万亿美元? ()



- A. 28
B. 33
C. 40
D. 75

【答案】B

【解析】由题干“2016 年全球贸易总额”，结合材料“占全球贸易总额的21.7%”，可判定此题为现期比重问题。定位文字材料，“对外贸易总额（进口额+出口额）约为 71885.6 亿美元，占全球贸易总额的 21.7%”，可得，2016 年全球贸易总额

$$= \frac{71885.6 \text{ 亿美元}}{21.7\%} \approx \frac{72000 \text{ 亿美元}}{0.22} \approx 33 \text{ 万亿美元。故答案选 B。}$$

练 3. 2016 年，全国城市公园数量排名前五的省份依次是广东、浙江、江苏、山东和云南，公园数量分别为 3512 个、1171 个、942 个、828 个和 683 个。其中，广东省的公园面积达到 65318 公顷，占全国公园面积的比重超过 17%；公园绿地面积达到 89591 公顷，占全国公园绿地面积的比重约为 14%。

2016 年部分城市公园数量及面积

城市	公园个数 (个)	公园面积 (公顷)	公园绿地面积 (公顷)
东莞	1223	14493	11536
深圳	911	21955	19241
昆明	463	3206	3941
广州	246	5193	27200
杭州	217	2488	7640
佛山	202	2033	2768
珠海	197	2792	3594
苏州	167	2110	4540
宁波	133	1126	2132
南京	127	7122	9328

问题：2016 年，杭州公园数量约占浙江省公园总数的（ ）。

- A. 19%
B. 15%
C. 27%
D. 23%

【答案】A

【解析】由题干“2016 年，……约占……的比重”，可判定此题为现期比重问题。定位文字材料，浙江省公园数量 1171 个；定位表格材料，杭州公园数量 217 个，故占比 = $\frac{\text{杭州公园个数}}{\text{浙江省公园总数}} = \frac{217}{1171} \approx \frac{220}{1200} \approx 18.3\%$ ，最接近 A 选项 19%。故答案选 A。



03 讲 有效数字法

核心知识

两个多位数相乘，只保留两位有效数字即可。

1. 若第三位都是 0, 1, 2, 则全舍
2. 若第三位都是 8, 9, 则全进
3. 其他情况，一进一舍
4. 小数四舍五入，大数反向变化

经典例题

【例 1】 $\frac{12875}{15322} \times 63.26 = (\quad)$

A. 40.3

B. 45.7

C. 53.2

D. 59.1

【答案】C

【解析】 $\frac{12875}{15322} \times 63.26 \approx \frac{13 \times 63}{153} = \frac{819}{153} \rightarrow 53\dots$ 。故答案选 C。

【例 2】 $4270 \times \frac{23.84\%}{1+23.84\%} = (\quad)$

A. 822

B. 972

C. 1074

D. 1230

【答案】A

【解析】 $4270 \times \frac{23.84\%}{1+23.84\%} \approx \frac{42 \times 24}{124} = \frac{1008}{124} \rightarrow 813$ 。故答案选 A。

【例 3】 $\frac{9116}{1+67.9\%} \times \frac{1+37.2\%}{8616} = (\quad)$

A. 0.64

B. 0.77

C. 0.86

D. 0.95

【答案】C



【解析】 $\frac{9116}{1+67.9\%} \times \frac{1+37.2\%}{8616} \approx \frac{9116 \times 1.372}{1.679 \times 8616} \approx \frac{91 \times 14}{17 \times 86} = \frac{1274}{1462} \rightarrow 0.87$ 。故答案

选 C。

【例 4】 $\frac{1589.7}{27.8} \div \frac{2560.4}{230.5} = (\quad)$

A. 3.55

B. 4.07

C. 4.63

D. 5.15

【答案】D

【解析】 $\frac{1589.7}{27.8} \div \frac{2560.4}{230.5} \approx \frac{1589.7 \times 230.5}{27.8 \times 2560.4} \approx \frac{16 \times 23}{27 \times 26} \approx \frac{368}{702} \rightarrow 5.20$ 。故答案选 D。

【例 5】2014 年我国实施“单独两孩”生育政策，出生人口 1687 万人，比上年增加 47 万人。2016 年实施“全面两孩”生育政策，出生人口 1786 万人，比上年增加 131 万人；出生率与“十二五”时期年平均出生率相比，提高了 0.84 个百分点。2017 年我国出生人口 1723 万人，虽然比上年减少 63 万人，但比“十二五”时期年平均出生人口多出 79 万人；出生率为 12.43%，比上一年降低 0.52 个百分点。2017 年二孩数量进一步上升至 883 万人，二孩占全部出生人口的比重达到 51.2%，比 2016 年的占比提高了 11 个百分点。

问题：2016 年我国二孩出生人口约为（ ）。

A. 883 万人

B. 742 万人

C. 718 万人

D. 693 万人

【答案】C

【解析】求部分量。根据文字材料可列得： $1786 \times (51.2\% - 11\%) = 1786 \times 40.2\% \approx 18 \times 40 = 720$ 。故答案选 C。

【拓展训练】

练 1. 2016 年“一带一路”沿线 64 个国家 GDP 之和约为 12.0 万亿美元，占全球 GDP 的 16%；人口总数约为 32.1 亿人，占全球总人口的 43.4%；对外贸易总额（进口额+出口额）约为 71885.6 亿美元，占全球贸易总额的 21.7%。



2016 年“一带一路”沿线国家情况

	人口 (万人)	GDP (亿美元)	进口额 (亿美元)	出口额 (亿美元)
蒙古	301.4	116.5	38.7	45.0
东南亚 11 国	63852.5	25802.2	11267.2	11798.6
南亚 8 国	174499.0	29146.6	4724.1	3308.5
中亚 5 国	6946.7	2254.7	422.7	590.7
西亚、北非 19 国	43504.6	36467.5	9675.5	8850.7
东欧 20 国	32161.9	26352.1	9775.5	11388.4

问题：2016 年“一带一路”沿线国家中，东欧 20 国的人均 GDP 约是中亚 5 国的多少倍？

A. 2.5

B. 3.6

C. 5.3

D. 11.7

【答案】A

【解析】由题干“2016 年……是……的多少倍”，材料已知时间为 2016 年，可判定此题为现期倍数问题。定位统计表：“东欧 20 国的人口为 32161.9 万人，GDP 为 26352.1 亿美元，中亚 5 国的人口为 6946.7 万人，GDP 为 2254.7 亿美元”，可得，东欧 20 国的人均 GDP = $\frac{26352.1 \text{ 亿美元}}{32161.9 \text{ 万人}}$ ，中亚 5 国的人均 GDP = $\frac{2254.7 \text{ 亿美元}}{6946.7 \text{ 万人}}$ ，故 2016 年“一带一路”沿线国家中，东欧 20 国的人均 GDP 约是中亚 5 国的 $\frac{26352.1}{32161.9} \div \frac{2254.7}{6946.7} \approx \frac{26000}{32000} \times \frac{6900}{2300} \approx 2.4$ 倍，所求结果与 A 项最为接近。故答案选 A。



练 2.

2017 年 A 市现代农业生态服务价值及增速表

指标名称	年 值		贴 现 值	
	2017 年 (亿元)	比上年增长 (%)	2017 年 (亿元)	比上年增长 (%)
现代农业生态服务价值	3635.46	3.0	10769.36	1.9
一、直接经济价值	372.60	-6.0	372.60	-6.0
1.农林牧渔业总产值	308.32	-8.8	308.32	-8.8
2.供水价值	64.28	10.2	64.28	10.2
二、间接经济价值	1214.15	5.6	1214.15	5.6
1.旅游服务价值	804.78	8.4	804.78	8.4
2.水力发电价值	8.68	-10.1	8.68	-10.1
3.景观增值价值	400.70	0.8	400.70	0.8
三、生态与环境价值	2048.71	3.2	9182.61	1.8
其中：气候调节价值	732.34	5.6	2328.74	2.7
水源涵养价值	287.78	10.2	402.98	7.5
环境净化价值	118.83	-3.3	984.83	0.9
生物多样性价值	670.07	0.3	2898.67	1.2
防护与减灾价值	222.58	0.3	1540.38	1.2
土壤保持价值	3.37	-12.6	9.77	-4.7
土壤形成价值	13.74	1.6	288.54	1.6

问题：2016 年，A 市直接经济价值年值占现代农业生态服务价值年值的比重为（ ）。

A. 8.24%

B. 11.23%

C. 13.59%

D. 15.46%

【答案】B

【解析】根据题干“2016 年，……占……的比重为”，结合材料时间“2017 年”，可判定本题为基期比重问题。定位表格材料可得：2017 年直接经济价值年值为 372.60 亿元，比上年增长 -6.0%，现代农业生态服务价值年值为 3635.46 亿元，比上年增长 3.0%。故 2016 年 A 市直接经济价值年值占现代农业生态服务价值年值的比重

$$= \frac{372.60}{3635.46} \times \frac{1+3.0\%}{1-6.0\%} \approx \frac{370}{3600} \times \frac{1.03}{0.94} \approx 10.3\% \times 1.1 \approx 11.3\%$$

，所求结果与 B 项最接近。故答案选 B。

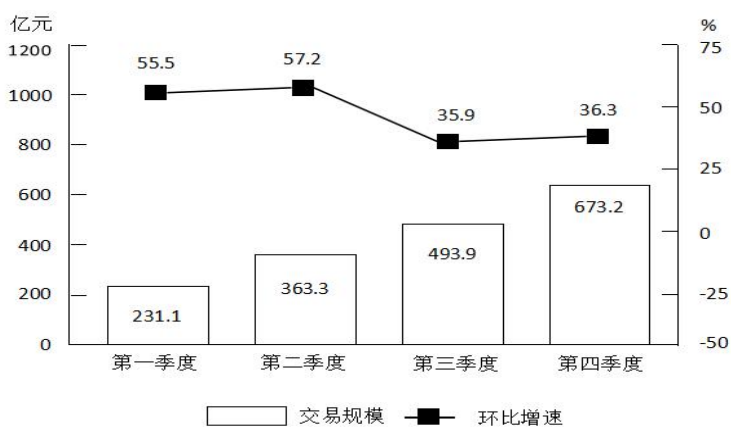


练 3.

2015-2016 年中国生活服务电商市场交易规模统计表

单位：亿元

	2015 年	2016 年
在线餐饮外卖市场	530.6	1761.5
移动出行市场	999.0	2038.0
在线旅游市场	4487.2	6138.0



2016 年中国在线餐饮外卖市场交易规模及环比增速

问题：2015 年第四季度在线餐饮外卖市场交易规模占全年交易规模的比重约为（ ）。

- A. 21% B. 28%
C. 37% D. 49%

【答案】B

【解析】根据题干所求“2015 年……占……比重”，结合材料，可判定此题为基期比重问题。定位图形材料，2016 年第一季度在线餐饮外卖市场交易规模为 231.1 亿元，环比增速 55.5%，表格材料中，2015 年在线餐饮外卖市场交易规模 530.6 亿元。可计算出，2015 年第四季度在线餐饮外卖市场交易规模占全年交易规模的比重约为

$$\frac{\frac{231.1}{1+55.5\%}}{530.6} = \frac{231.1}{1.555 \times 530.6} \approx \frac{230}{1.6 \times 530} \approx \frac{230}{850} \approx 27\%$$

故答案选 B。



04 讲 比例法

核心知识

比例法也是我们说的错位加减法,这个方法可以解决很多类型的算式,可以称之为通法,而且是精确度非常高的估算方法。

第一步:分子、分母分别取前三位有效数字。

第二步:错相同位,加减相同倍。

①加减的数字为两位数时,一般看原有数字的前两位的倍数。

②加减的数字为一位数时,一般看原有数字的首位数的倍数。

第三步:快速约分计算。

使用原理:分子、分母增幅相同,数值不变

经典例题

【例 1】 $\frac{54321}{1+13.5\%} \times 13.5\% = (\quad)$

A. 6320.8

B. 6461.1

C. 6620.1

D. 6889.6

【答案】B

【解析】 $\frac{54321}{1+13.5\%} \times 13.5\% \approx \frac{543}{114} \times 135 \approx \frac{543+103}{114+21} \times 135 = 646$

【例 2】 $\frac{54321}{1+2.16\%} \times 2.16\% = (\quad)$

A. 1148.5

B. 1355.4

C. 1578.9

D. 2153.0

【答案】A

【解析】 $\frac{54321}{1+2.16\%} \times 2.16\% \approx \frac{543 \times 2}{102} \times 216 \div 2 \approx \frac{109+6}{102+6} \times 108 = 115$ 。

【例 3】 $\frac{54321}{1+32.5\%} \times 32.5\% = (\quad)$

A. 9288

B. 10993



C. 13324

D. 15784

【答案】C**【解析】** $\frac{54321}{1+32.5\%} \times 32.5\% \approx \frac{543 \times 3}{133} \times 325 \div 3 \approx \frac{163-31}{133-25} \times 108 = 132。$

【例 4】按经营单位所在地分，2016 年 6 月份，城镇消费品零售额 23082 亿元，同比增长 10.5%；乡村消费品零售额 3775 亿元，同比增长 11.2%。

问题：2016 年 6 月份，城镇消费品零售额比上年同期增加（ ）。

A. 380 亿元

B. 2169 亿元

C. 1193 亿元

D. 2193 亿元

【答案】D

【解析】定位文字数据可知： $\frac{23082}{1+10.5\%} \times 10.5\% \approx \frac{231-13}{111-6} \times 105 \approx 218$ ，故答案选 D。

【例 5】 $\frac{54321}{1+23.5\%} \times \frac{1+45.6\%}{7658} = ()$

A. 8.36

B. 9.74

C. 9.52

D. 10.67

【答案】A

【解析】 $\frac{54321}{1+23.5\%} \times \frac{1+45.6\%}{7658} \approx \frac{543+98}{124+22} \times \frac{146}{766} = \frac{641}{766} \approx 0.837。$

【例 6】 $\frac{54321}{6784} \times \frac{1+34.2\%}{1+43.5\%} = ()$

A. 7.49

B. 8.52

C. 6.47

D. 8.86

【答案】A

【解析】 $\frac{54321}{6784} \times \frac{1+34.2\%}{1+43.5\%} \approx \frac{543}{678+43} \times \frac{134+9}{143} = \frac{543}{721} \approx 0.753。$

【例 7】2016 年 1—6 月份，我国社会消费品零售总额 156138 亿元，同比增长



10.3%。其中，限额以上单位消费品零售额 71075 亿元，同比增长 7.5%。

问题：2015 年 1—6 月份，限额以上单位消费品零售额占全国社会消费品零售总额的比重约为（ ）。

- A. 48.4% B. 46.7%
- C. 49.5% D. 45.5%

【答案】 B

【解析】定位文字数据可知 $\frac{71075}{156138} \times \frac{1+10.3\%}{1+7.5\%} \approx \frac{711+14}{156} \times \frac{110}{108+2} = \frac{725}{156} \approx 4.64$,

故答案选 B。

【例 8】 $\frac{2586}{1.132} + \frac{6523}{1.275} = (\quad)$

- A. 7401
B. 6859
C. 6621
D. 7219

【答案】 A

【解析】 $\frac{2586}{1.132} + \frac{6523}{1.275} \approx \frac{259+33}{113+15} + \frac{652}{128} \approx \frac{292+652}{128} \approx 7.37$ 。

【例 9】 $\frac{6523}{1.235} - \frac{1256}{1.114} = (\quad)$

- A. 36.99
B. 39.21
C. 41.54
D. 12.86

【答案】 C

【解析】 $\frac{6523}{1.235} - \frac{1256}{1.114} \approx \frac{652}{124} - \frac{126+14}{111+13} \approx \frac{652-140}{124} \approx 4.13。$

【拓展训练】

练 1. $\frac{309.7}{1+8.7\%} \times 8.7\% = (\quad)$

- A. 19.8
B. 24.8
C. 29.8
D. 34.8

【答案】 B



【解析】 $\frac{309.7}{1+8.7\%} \times 8.7\% \approx \frac{310}{109} \times 87 \approx \frac{310-68}{109-22} \times 87 = 242$ 。故答案选 B。

练 2. $\frac{5656}{1+81.6\%} \times 81.6\% = (\quad)$

A. 2203.3

B. 2393.9

C. 2463.7

D. 2541.5

【答案】D

【解析】 $\frac{5656}{1+81.6\%} \times 81.6\% \approx \frac{283}{182} \times 163 \approx \frac{283-30}{182-19} \times 163 = 253$ 。故答案选 D。

练 3. $\frac{8395}{2123} \times \frac{1+37.2\%}{1+17.8\%} = (\quad)$

A. 4.43

B. 4.61

C. 4.85

D. 5.06

【答案】B

【解析】 $\frac{8395}{2123} \times \frac{1+37.2\%}{1+17.8\%} \approx \frac{840+144}{212} \times \frac{137}{118+19} = \frac{984}{212} \approx 4.64$ 。故答案选 B。

练 4. $\frac{16566 \times 44.8\%}{4245 \times 15.4\%} = (\quad)$

A. 2.9

B. 3.9

C. 11.4

D. 16.5

【答案】C

【解析】 $\frac{16566 \times 44.8\%}{4245 \times 15.4\%} \approx \frac{166 \times 448}{425 \times 154} = \frac{166}{425} \times \frac{448+32}{154+12} = \frac{480}{425} \approx 1.13$ 。故答案选 C。

练 5. $\frac{4026}{1+5.2\%} + \frac{1574}{1+1.9\%} = (\quad)$

A. 1598

B. 3835

C. 5022

D. 5372

【答案】D



【解析】 $\frac{4026}{1+5.2\%} + \frac{1574}{1+1.9\%} \approx \frac{403}{105} + \frac{157+3}{102+3} = \frac{403+160}{105} \approx 5.36$ 。故答案选 D。

05 讲 特征数字法

把式子中的百分数变为分数达到简化运算的目的，下面是一些常见的转换。

$$\frac{1}{2} = 50\%$$

$$\frac{1}{3} = 33.3\%, \frac{2}{3} = 66.7\%$$

$$\frac{1}{4} = 25\%, \frac{3}{4} = 75\%$$

$$\frac{1}{5} = 20\%, \frac{2}{5} = 40\%, \frac{3}{5} = 60\%, \frac{4}{5} = 80\%$$

$$\frac{1}{6} = 16.7\%, \frac{5}{6} = 83.3\%$$

$$\frac{1}{7} = 14.3\%, \frac{2}{7} = 28.6\%, \frac{3}{7} = 42.9\%, \frac{4}{7} = 57.1\%, \frac{5}{7} = 71.4\%, \frac{6}{7} = 85.7\%$$

$$\frac{1}{8} = 12.5\%, \frac{3}{8} = 37.5\%, \frac{5}{8} = 62.5\%, \frac{7}{8} = 87.5\%$$

$$\frac{1}{9} = 11.1\%, \frac{2}{9} = 22.2\%, \frac{4}{9} = 44.4\%, \frac{5}{9} = 55.6\%, \frac{7}{9} = 77.8\%, \frac{8}{9} = 88.9\%$$

$$\frac{1}{11} = 9.1\%, \frac{1}{12} = 8.3\%, \frac{1}{13} = 7.7\%, \frac{1}{14} = 7.1\%, \frac{1}{15} = 6.7\%, \frac{1}{16} = 6.25\%$$

【例 1】 $8464 \times 12.5\% = (\quad)$

A. 1058

B. 1092

C. 1105

D. 1131

【答案】 A

【解析】 $8464 \times 12.5\% = 8464 \times \frac{1}{8} = 1058$ ，故答案选 A。

【例 2】 $593 \times 33.4\% = (\quad)$

A. 197.6

B. 198.1

C. 199.2

D. 200.3

【答案】 B



【解析】 $593 \times 33.4\% > 593 \times \frac{1}{3} \approx 197.6X$ ，答案选偏大的，故答案选 B。

【例 3】 $\frac{3464.9}{1+14.3\%} \times 14.3\% = (\quad)$

A. 407.1

B. 411.3

C. 428.6

D. 433.5

【答案】D

【解析】 $\frac{3464.9}{1+14.3\%} \times 14.3\% > \frac{3464.9}{1+\frac{1}{7}} \times \frac{1}{7} = \frac{3464.9}{8} \approx 43X$ 。答案选偏大的，故答案选 D。

【例 4】 $\frac{1264}{1+9.07\%} \times 9.07\% = (\quad)$

A. 166.3

B. 151.4

C. 105.1

D. 87.4

【答案】C

【解析】 $\frac{1264}{1+9.07\%} \times 9.07\% < \frac{1264}{1+\frac{1}{11}} \times \frac{1}{11} = \frac{1264}{12} \approx 105.X$ 。答案选偏小的，故答案选 C。

【例 5】2017 年上半年，B 市规模以上文化创意产业法人单位、战略性新兴产业法人单位、高技术服务业法人单位分别实现收入 6902.7 亿元、3870.0 亿元和 6924.9 亿元，同比分别增长 8.6%、12.6%和 9.1%。

问题：2017 年上半年，B 市规模以上文化创意产业法人单位实现收入同比增量约是战略性新兴产业法人单位的多少倍？（ ）

A. 0.7

B. 1.3

C. 1.8

D. 2.6

【答案】B

【解析】由题干“2017 年上半年，…约是…的多少倍”，判定本题为现期倍数



计算问题。定位文字材料第五段可得 2017 年上半年，B 市规模以上文化创意产业法人单位实现收入 6902.7 亿元，同比增长 8.6%；战略性新兴产业法人单位 3870.0 亿元，同比增长 12.6%。代入公式：增长量 = $\frac{\text{现期量}}{1 + \text{增长率}} \times \text{增长率}$ ，可得：2017

年上半年，B 市规模以上文化创意产业法人单位实现收入同比增量是战略性新兴产业法人单位的

$$\left(\frac{6902.7}{1 + 8.6\%} \times 8.6\% \right) \div \left(\frac{3870.0}{1 + 12.6\%} \times 12.6\% \right) \approx \left(\frac{6900}{1 + \frac{1}{12}} \times \frac{1}{12} \right) \div \left(\frac{3900}{1 + \frac{1}{8}} \times \frac{1}{8} \right)$$

$$= \frac{69}{13} \div \frac{39}{9} > 1.2 \text{ 倍，与 B 项最接近。}$$

【拓展训练】

练 1. $\frac{4588}{1 - 6.8\%} \times 6.8\% = (\quad)$

A. 326.5

B. 334.7

C. 359.6

D. 398.4

【答案】B

【解析】 $\frac{4588}{1 - 6.8\%} \times 6.8\% > \frac{4588}{1 - \frac{1}{15}} \times \frac{1}{15} = \frac{4588}{14} \approx 327.X$ 。答案选偏大的，故答案

选 B。

练 2. $\frac{1298.6}{1 + 7.7\%} \times 7.7\% = (\quad)$

A. 89.9

B. 90.6

C. 91.3

D. 92.8

【答案】D

【解析】 $\frac{1298.6}{1 + 7.7\%} \times 7.7\% > \frac{1298.6}{1 + \frac{1}{13}} \times \frac{1}{13} = \frac{1298.6}{14} \approx 92.X$ 。答案选偏大的，故答案

案选 D。

练 3. 2017 年上半年，全国居民人均可支配收入 12932 元，比上年同期名义增



长 8.8%。按收入来源分，2017 年上半年，全国居民人均工资性收入 7435 元，增长 8.6%，占全国居民人均可支配收入的比重为 57.5%；人均经营净收入 2117 元，增长 5.9%，占全国居民人均可支配收入的比重为 16.4%；人均财产净收入 1056 元，增长 9.6%，占全国居民人均可支配收入的比重为 8.2%；人均转移净收入 2324 元，增长 11.9%，占全国居民人均可支配收入的比重为 18.0%。

问题：2017 年上半年，人均财产净收入比上年增加多少元？（ ）

A. 92

B. 102

C. 112

D. 122

【答案】A

【解析】根据文字材料第二段可列得： $\frac{1056}{1+9.6\%} \times 9.6\% < \frac{1056}{1+\frac{1}{10}} \times \frac{1}{10} = 96$ 。故答

案选 A。

06 讲 比较大小

(1) 比较分数大小

①基本原理比较分数大小

基本原理：一般是通过比较分子与分母，当分子越大，其分数值越大；分母越小，其分数值越大；如果两者兼具，那么其分数值一定更大

【例 1】比较 $\frac{263.4}{1+32.5\%}$ ， $\frac{179.5}{1+41.3\%}$ 的大小。

【解析】观察两个分数的分子分母， $\frac{263.4}{1+32.5\%}$ 的分子大、分母小，故

$$\frac{263.4}{1+32.5\%} > \frac{179.5}{1+41.3\%}。$$

【例 2】2012 年末，中国大陆总人口 135404 万人，全年出生人口 1635 万人，死亡人口 966 万人。从性别结构看，男性人口 69395 万人，同比增加 327 万人，女性人口 66009 万人，同比增加 342 万人；从城乡结构看，城镇人口 71182 万人，同比增加 2103 万人；乡村人口 64222 万人，同比减少 1434 万人。



问题：2012 年中国男性人口、女性人口、城镇人口的同比增长率按大小顺序正确的是（ ）。

- A. 城镇人口>男性人口>女性人口
- B. 城镇人口>女性人口>男性人口
- C. 女性人口>男性人口>城镇人口
- D. 女性人口>城镇人口>男性人口

【答案】B

【解析】2012 年男性人口增长率： $\frac{327}{69395} = \frac{327}{69395} - 1$ ，女性人口增长率：

$\frac{342}{66009 - 342} = \frac{342}{66009} - 1$ ，城镇人口增长率： $\frac{2103}{71182 - 2103} = \frac{2103}{71182} - 1$ ，左边都要减 1，所以我们要比较

$\frac{327}{69395}$ 、 $\frac{342}{66009}$ 、 $\frac{2103}{71182}$ ， $\frac{327}{69395}$ 和 $\frac{342}{66009}$ 相比较 $\frac{342}{66009}$ 分子大、分母小故分数值大，

$\frac{342}{66009}$ 与 $\frac{2103}{71182}$ 比较，2130 是 342 的 6⁺，71182 是 66009 的 1⁺，

故 $\frac{342}{66009} < \frac{2103}{71182}$ ，因此 $\frac{327}{69395} < \frac{342}{66009} < \frac{2103}{71182}$ ，故正确答案是 B。

【拓展训练】

练 1.

表一：某省 2014-2018 年人口数量情况

单位：万人

年份	总人口	城镇人口	农村人口
2014	2627.8	1236.9	1390.9
2015	2643.8	1248.7	1395.1
2016	2657.6	1286.5	1371.1
2017	2681.7	1331.8	1349.9
2018	2690.8	1340.0	1350.8



问题：2015 年到 2018 年，该省城镇人口增长率最高的是（ ）年？

A. 2015

B. 2016

C. 2017

D. 2018

【答案】C

【解析】根据题干“……增长率最高……”，可判定本题为增长率比较问题。

定位表一，2014-2018 年城镇人口分别为 1236.9 万人，1248.7 万人，1286.5 万人，

1331.8 万人，1340.0 万人。根据增长率 = $\frac{\text{现期量} - \text{基期量}}{\text{基期量}}$ （ ）。

A 项： $\frac{1248.7 - 1236.9}{1236.9} = \frac{11.8}{1236.9}$ ；B 项： $\frac{1286.5 - 1248.7}{1248.7} = \frac{37.8}{1248.7}$ ；

C 项： $\frac{1331.8 - 1286.5}{1286.5} = \frac{45.3}{1286.5}$ ；D 项： $\frac{1340.0 - 1331.8}{1331.8} = \frac{8.2}{1331.8}$ 。

分母接近，观察可知 C 项 $\frac{45.3}{1286.5}$ 分子最大，故分数值最大。

②同位法比较分数大小

核心知识

含义：相同位置上的数相互比较的方法，即分子与分子；分母与分母比较的方法。常用来比较一个分数的分子与分母同时比另一个分数的分子与分母同时大的情况，怎么来比较分数大小。

经典例题

【例 1】比较 $\frac{12.6}{15.7}$ ， $\frac{28.5}{31.1}$ 的大小。

【解析】观察两个分数分子和分母之间的倍数，28.5 是 12.6 的 2 倍多，31.1

不足 15.7 的 2 倍。故 $\frac{12.6}{15.7} < \frac{28.5}{31.1}$ 。

2010—2015 年我国移动互联网用户及行业收入规模

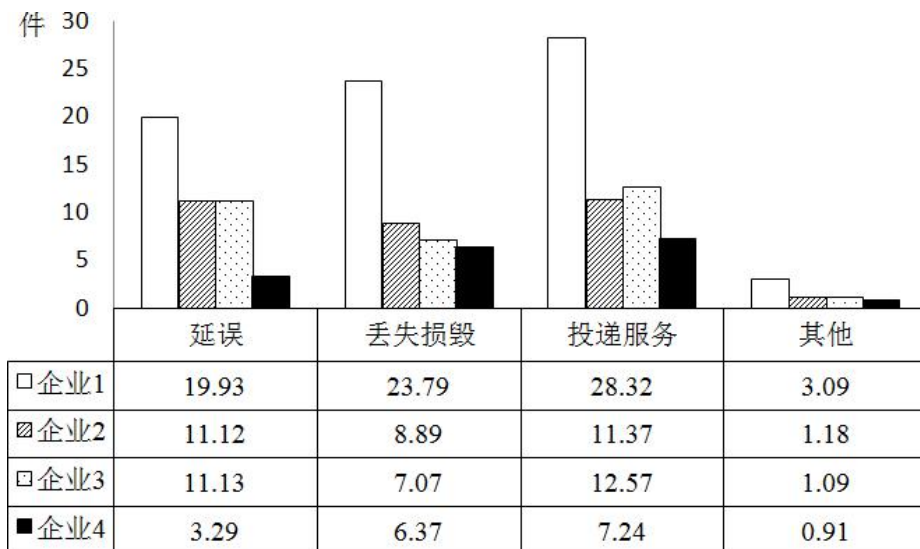
	2010	2011	2012	2013	2014	2015
用户规模（万人）	1511	2784	4483	5028	10049	20514
市场收入规模（亿元）	29	54	69	118	205	388

D. 2015 年



练 2.

2015 年 2 月对四家企业的每百万件快递业务有效申诉量（单位：件）



2015年2月对四家企业每百万件快递业务有效申诉量环比增长率

单位：%

	延误	丢失损毁	投递服务	其他
企业1	87	49	53	-46
企业2	72	87	44	-38
企业3	217	114	139	-9
企业4	54	55	41	-48

问题：将 4 家企业按 2015 年 1 月每百万件快递业务丢失损毁的有效申诉量按从高到低排序，正确的是（ ）。

- A. 企业 2，企业 1，企业 3，企业 4
- B. 企业 1，企业 2，企业 3，企业 4
- C. 企业 2，企业 1，企业 4，企业 3
- D. 企业 1，企业 2，企业 4，企业 3

【答案】D

【解析】根据表格数据可列得各企业的环比基期值：企业 1= $\frac{23.79}{1+49\%}$ ，企业 2= $\frac{8.89}{1+87\%}$ ，企业 3= $\frac{7.07}{1+114\%}$ ，企业 4= $\frac{6.37}{1+35\%}$ ；首先比较企业 1 跟企业 2，前者分



子大且分母小，分数的值大，排除 A、C，其次比较企业 3 和企业 4，7.07 是 6.37 的约 1.1 倍，而 $(1+114\%)$ 是 $(1+35\%)$ 的将近 2 倍，因此分母大的企业 3 反而小，排除 B。故答案选 D。

③首数法比较分数大小

核心知识

当比较几个分数大小时，若这几个分数的分子数位相同，分母数位相同。那么可以采取直接除的方法比较，首一位大的分数大，首一位相同者首二位大的分数大

经典例题

【例 1】比较 $\frac{52.1}{364}$ ， $\frac{86.4}{411}$ 的大小。

【解析】观察两个分数， $\frac{52.1}{364} \approx 0.1X$ ， $\frac{86.4}{411} \approx 0.2X$ ，故 $\frac{52.1}{364} < \frac{86.4}{411}$ 。

【例 2】

表 1 2019 年四大海区直排海污染源污水及部分污染物受纳总量

	排口数 (个)	污水量 (万吨)	化学需氧 量 (吨)	石油类 (吨)	总氮 (吨)	氨氮 (吨)	总磷 (吨)
渤海	62	58781	7858	48.4	2531	428	(?)
黄海	83	107240	30206	92.0	9302	973	198
东海	153	460570	81108	388.7	27338	2013	425
南海	150	174499	42319	167.7	11892	2011	506

表 1 2019 年四大海区直排海污染源污水及部分污染物受纳总量

	排口数 (个)	污水量 (万吨)	化学需氧 量 (吨)	石油类 (吨)	总氮 (吨)	氨氮 (吨)	总磷 (吨)
渤海	62	58781	7858	48.4	2531	428	(?)
黄海	83	107240	30206	92.0	9302	973	198
东海	153	460570	81108	388.7	27338	2013	425
南海	150	174499	42319	167.7	11892	2011	506



表2 2019年四大海区各类直排海污染源污水及部分污染物受纳总量

	排口数 (个)	污水量 (万吨)	化学需氧 量 (吨)	石油类 (吨)	总氮 (吨)		总磷 (吨)
						氨氮 (吨)	
总计	448	801089	161490	696.8	51062	5425	1199
工业	179	258511	33869	77.9	6753	1225	138
生活	61	126023	23004	207.7	8363	980	163
综合	208	416555	104617	411.2	35946	3220	898

问题：2019 年，平均每个直排海污染物排口排放石油类污染物的量最大的海区是（ ）。

- A. 东海 B. 南海
C. 渤海 D. 黄海

【答案】 A

【解析】根据题干“2019年，平均每个直排海污染物排口排放石油类污染物……”，结合材料时间2019年，可判定本题为现期平均数问题。定位表1可知，2019年，渤海、黄海、东海、南海对应排口数分别为：62个、83个、153个、150个，石油类污染物分别为：48.4吨、92.0吨、388.7吨、167.7吨。根据平均每个直排海污染物排口排放石油类污染物 = $\frac{\text{石油类污染物}}{\text{排口数}}$ ，渤海、黄海、东海、南海平均每个直排海污染物排口排放石油类污染物分别为

$$= \frac{48.4}{62} < 1, \frac{92.0}{83} \approx 1^+, \frac{388.7}{153} > 2, \frac{167.7}{150} \approx 1^+, \text{比较可知，最大平均数对应的海区是东海。}$$

【拓展训练】

练 1.

2008—2012 年国家电网公司机组上网电量

单位：亿千瓦时

	2008 年	2009 年	2010 年	2011 年	2012 年
总上网电量	22800	24300	28800	32400	33900
其中：清洁能源机组上网电量	4161	4321	4903	5943	7177
其中：水电上网电量	3662	3692	4103	4373	5518

核电上网电量	353	355	308	416	475
新能源发电机组上网电量	146	724	492	1154	1184

问题：下列年份中，清洁能源机组上网电量占当年并网机组总上网电量比重最高的是（ ）。

- A. 2011 年 B. 2012 年
C. 2008 年 D. 2009 年

【答案】 B

【解析】表中的第二行和第三行。列式：2011 年 $\frac{5943}{32400}$ ，2012 年 $\frac{7177}{33900}$ ，2008 年 $\frac{4161}{22800}$ ，2009 年 $\frac{4321}{24300}$ 。此题可选择首数法比较，2011 首位为 1，2012 首位为 2，2008 首位为 1，2009 首位为 1，所以比重最高的为 2012 年。故正确答案为 B。

(2) 比较增长量大小 ($\frac{A}{1+a\%}$ × a%)

核心知识

原则 1: 大大则大原则或小小则小原则。

原则 2: 当遇到大 \times 小与小 \times 大比较, 则用同位比较法 (同位替换法)

经典例题

【例 1】比较 $\frac{16.2}{1+7.8\%} \times 7.8\%$, $\frac{22.75}{1+7.9\%} \times 7.9\%$ 的大小。

【解析】分别进行比较，由于 $16.2 < 22.75$ ， $7.8\% < 7.9\%$ ，故

$$\frac{16.2}{1+7.8\%} \times 7.8\% < \frac{22.75}{1+7.9\%} \times 7.9\% \quad \bullet$$

【例 2】比较 $\frac{479.8}{1+24.3\%} \times 24.3\%$, $\frac{526.4}{1+12.9\%} \times 12.9\%$ 的大小。

【解析】观察两个分数分子、分母和增长率之间的倍数，526.4 大约是 479.8 的 1.2 倍，24.3% 大约是 12.9% 的 2 倍， $(1+24.3\%)$ 是 $(1+12.9\%)$ 的约 1.1 倍。故



$$\frac{479.8}{1+24.3\%} \times 24.3\% > \frac{526.4}{1+12.9\%} \times 12.9\% \quad \bullet$$

【例 3】2015 年 1—7 月，我国机电产品出口额 44359.4 亿元，同比增长 1.2%，占出口总额的 57.2%，其中，电器及电子产品出口 19373.1 亿元，同比增长 4.1%，机械设备出口 12865.6 亿元，同比下降 6.6%，同期，服装出口 5709.9 亿元，同比下降 6.4%，纺织品出口 3825.5 亿元，同比下降 1.7%。

此外，肥料出口 1957.3 万吨，出口额 366.1 亿元，出口量同比增长 54.7%，出口额同比增长 62.7%；钢材出口 6213.2 万吨，出口额 2319.5 亿元，出口量同比增长 26.6%，出口额同比下降 2.6%；汽车出口 44.5 万辆，出口额 411.0 亿元，出口量同比下降 13.6%，出口额同比下降 4.5%。

问题：2015年1-7月，我国下列商品出口额同比下降最多的是（ ）。

- A. 机械设备 B. 服装
C. 钢材 D. 汽车

【答案】 A

【解析】因需求出四项商品出口额同比下降最多的一项，故可判定此题为增长量的比较问题。结合材料所给信息，可得四项商品在2015年1—7月的同比下降额

分别为：A项（机械设备） $\frac{12866}{1-6.6\%} \times 6.6\%$ 亿元。B项（服装）： $\frac{5710}{1-6.4\%} \times 6.4\%$

亿元。C项（钢材）： $\frac{2320}{1-2.6\%} \times 2.6\%$ 亿元。D项（汽车）： $\frac{411}{1-4.5\%} \times 4.5\%$ 亿元。

四项中，分母部分近似相等，可根据分子部分的大小关系判定数值大小。很明显，A 项 $12866 \times 6.6\%$ 数值最大，即下降最多。故正确答案为 A。

【拓展训练】

练 1.

2017年5月我国银行业金融机构资产负债情况(境内)

金融机构	总资产		总负债	
	金额（亿元）	同比增速（%）	金额（亿元）	同比增速（%）
银行金融机构	2328934	12.5	2147187	12.6
其中：大型商业银行	839329	9.7	770521	9.8
股份制商业银行	431150	11.5	402922	11.5



专题四：真题精讲

材料 1. 文字资料

2014 年我国实施“单独两孩”生育政策，出生人口 1687 万人，比上年增加 47 万人。2016 年实施“全面两孩”生育政策，出生人口 1786 万人，比上年增加 131 万人；出生率与“十二五”时期年平均出生率相比，提高了 0.84 个千分点。2017 年我国出生人口 1723 万人，虽然比上年减少 63 万人，但比“十二五”时期年平均出生人口多出 79 万人；出生率为 12.43‰，比上一年降低 0.52 个千分点。2017 年二孩数量进一步上升至 883 万人，二孩占全部出生人口的比重达到 51.2%，比 2016 年的占比提高了 11 个百分点。

2017 年出生人口最多的省份是山东，出生人口为 174.98 万人，但是比 2016 年减少 2.08 万人，广东和河南出生人口也超过百万，其中广东出生人口 151.63 万人，同比增加 22.18 万人；河南出生人口 140.13 万人，较上年减少 2.48 万人。此外，出生人口排名前十的省份依次还有河北、四川、湖南、安徽、广西、江苏、湖北。其中，河北、四川、湖南出生人口超 90 万人，湖北最少，为 74.26 万人。

从人口增量来看，2017 年广东出生人口增量最大，出生人口较 2016 年增加 22.18 万人。安徽、四川、河北出生人口增量超过 5 万。此外，江苏、湖南、山东、河南出生人口较 2016 年有所减少。其中，河南减少最多，出生人口减少 2.48 万人。

1. 2016 年我国二孩出生人口约为（ ）。
A. 883 万人
B. 742 万人
C. 718 万人
D. 693 万人
2. “十二五”时期我国年平均出生率约为（ ）。
A. 11.59‰
B. 12.11‰
C. 12.43‰
D. 12.95‰
3. 2015 年我国出生人口同比约（ ）。
A. 增长 3.2%
B. 降低 3.2%
C. 增长 1.9%
D. 降低 1.9%
4. 2016 年山东、广东和河南三省出生人口之和占当年全国出生人口的比重约为（ ）。

- A. 2016、2017 两年山东出生人口数量均超过当年全国出生人口数量的 10%
- B. 2016 年广东出生人口数量超过 2017 年湖北出生人口数量的 2 倍
- C. 2017 年出生人口增量超过 5 万的省份只有 3 个
- D. 2017 年出生人口比 2013 年增长超过 5%

【解析】第一步，本题考查现期比重计算中的求部分量。

第三步，2016 年二孩占全部出生人口比重为 $51.2\% - 11\% = 40.2\%$ ，根据 部分量 = 整体量 \times 比重，可得 2016 年二孩出生人口为 $1786 \times 40.2\% \approx 18 \times 40 = 720$ （万人）。

因此，选择 C 选项。

【解析】 第一步，本题考查简单计算中的和差类。

第二步，定位第一段文字材料，2016 年出生率与“十二五”时期年平均出生率相比，提高了 0.84 个百分点，2017 年出生率为 12.43%，比上一年降低 0.52 个百分点。

第三步，2016 年出生率为 $12.43\%+0.52\%=12.95\%$ ，“十二五”时期年平均出生率为 $12.95\%-0.84\%=12.11\%$ 。（或由于选项精确度与材料一致，且尾数各不相同，考虑用尾数法， $3+2-4=1$ ，以 1 结尾）

因此，选择 B 选项。

【解析】 第一步，本题考查增长率计算问题。

第二步，定位第一段文字材料，2014 年我国实施“单独两孩”生育政策，出生人口 1687 万人……2016 年实施“全面两孩”生育政策，出生人口 1786 万人，比上年增加 131 万人。

第三步,根据基期量=现期量-增长量,可得2015年出生人口为 $1786-131=1655$



(万人), $1655 < 1687$, 则同比降低, 排除 A、C 选项, 根据减少率 = (基期量 - 现期量) / 基期量, 观察选项首位数字各不相同, 将分母从左向右截取前两位, 数据较为接近, 分子不再截位可得

$$\frac{1687 - 1655}{17} = \frac{32}{17}, \text{直除首位商 } 1.$$

因此, 选择 D 选项。

4. 【答案】B

【解析】第一步, 本题考查现期比重计算中求比重问题。

第二步, 定位第一、二段文字材料, 2016 年实施“全面两孩”生育政策, 出生人口 1786 万人……2017 年出生人口最多的省份是山东, 出生人口 174.98 万人, 但是比 2016 年减少 2.08 万人, 广东出生人口 151.63 万人, 同比增加 22.18 万人; 河南出生人口 140.13 万人, 较上年减少 2.48 万人。

第三步, 根据基期量 = 现期量 - 增长量和 比重 = 部分量 / 整体量, 观察选项出现了首位相同第二位不同的情况, 分母从左向右截取前三位, 分子简单取整可得

$$\frac{175 + 2 + 152 - 22 + 140 + 2}{179} = \frac{449}{179}, \text{直除首两位商 } 25.$$

因此, 选择 B 选项。

5. 【答案】D

【解析】第一步, 本题考查综合分析问题, 且需选出正确的一项。

第二步, A 选项, 现期比重和基期比重的计算, 定位材料第一段和第二段, “2016 年、2017 年出生人口分别为 1786、1723 万人, 2017 年山东出生人口 174.98 万人, 比 2016 年减少 2.08 万人,” 可计算出 2016 年比重为

$$\frac{174.98 - (-2.08)}{1786} \approx \frac{177}{1786} < 10\%, \text{2017 年比重为 } \frac{175}{1723} > 10\%, \text{可得, 只有 2017}$$

年比重超过 10%, 2016 年未超过 10%, 错误。

B 选项, 倍数计算, 定位第二段和第三段, 可得出 2016 年广东出生人口 $\approx 152 - 22 = 130$, 2017 年湖北出生人口为 74.26, 可得 $\frac{130}{74.26} < 2$ 倍, 错误。

C 选项, 直接读数, 定位第三段, 2017 年广东出生人口增量最大, 增量为 22.18 万人, 安徽、四川、河北出生人口增量超过 5 万, 所以超过 5 万的至少有 4 个省份, 错误。

D 选项, 增长率计算, 定位第一段, 2017 年出生人口 1723 万人, 2014 年出生人



口 1687 万人，比上年增加 47 万人，根据 基期量 = 现期量 - 增长量，可得 2013 年 = 1687 - 47 = 1640，根据 增长率 = (现期量 - 基期量) / 基期量，可得增长率

$$= \frac{1723 - 1640}{1640} = \frac{83}{1640} > 5\%，正确。$$

因此，选择 D 选项。

材料 2. 表格资料

2008—2012 年国家电网公司机组并网容量

单位：万千瓦

	2008 年	2009 年	2010 年	2011 年	2012 年
并网总容量	61300	67100	74400	81800	88000
其中：清洁能源机组并网容量	13524	15357	17585	20260	24004
其中：水电并网容量	12214	13419	14458	15617	16816
核电并网容量	507	507	574	640	640
新能源发电机组并网容量	803	1431	2553	4003	6548

2008—2012 年国家电网公司机组上网电量

单位：亿千瓦时

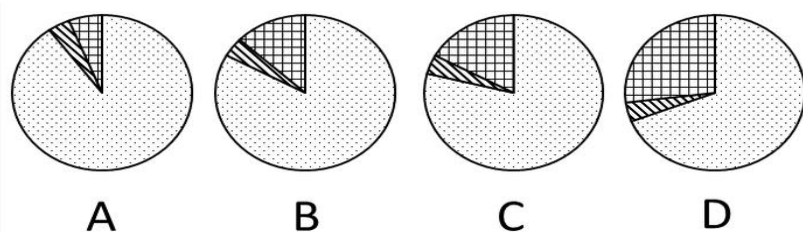
	2008 年	2009 年	2010 年	2011 年	2012 年
总上网电量	22800	24300	28800	32400	33900
其中：清洁能源机组上网电量	4161	4321	4903	5943	7177
其中：水电上网电量	3662	3692	4103	4373	5518
核电上网电量	353	355	308	416	475
新能源发电机组上网电量	146	724	492	1154	1184

1. 下列年份中，国家电网公司机组总上网电量同比增速最快的是（ ）。

- A. 2012 年
- B. 2011 年
- C. 2010 年
- D. 2009 年



2. 2012 年清洁能源机组并网容量与当年并网机组总容量的比重比上年 ()。
- A. 上升了 2.5 个百分点 B. 下降了 2.5 个百分点
- C. 上升了 5.5 个百分点 D. 下降了 5.5 个百分点
3. 下列年份中, 清洁能源机组上网电量占当年机组总上网电量比重最高的是 ()。
- A. 2011 年 B. 2012 年
- C. 2008 年 D. 2009 年
4. 下列哪一张图能反映 2012 年清洁能源机组并网容量中水电、核电和新能源发电的构成?



5. 关于 2008 年—2012 年间国家电网公司清洁能源的发展, 能够从资料中推出的是 ()。
- A. 核电上网电量保持持续增长
- B. 新能源发电机组并网容量翻了 8 番
- C. 水电上网电量平均增长率超过同期水电并网容量
- D. 新能源发电机组上网电量从 2011 年开始超过核电上网电量

1. 【答案】C

【解析】由表 2 第二行可知, 2012 年国家电网公司并网机组总上网电量同比增长 $\frac{33900-32400}{32400} = \frac{1500}{32400} < 10\%$, 2011 年增长 $\frac{32400-28800}{28800} = \frac{3600}{28800} = 12.5\%$, 2010 年增长 $\frac{28800-24300}{24300} = \frac{4500}{24300} > 18\%$, 2009 年增长 $\frac{24300-22800}{22800} = \frac{1500}{22800} < 10\%$, 比较可知, 2010 年增速最大, 应选择 C。

2. 【答案】A

【解析】由表 1 第二、三行可知, 所求为



$$\left(\frac{24004}{88000} - \frac{20260}{81800}\right) \times 100 = 2.5 \text{ 个百分点。所以答案为 A。}$$

3. 【答案】B

【解析】表二中的第二行和第三行。列式：2011 年 $\frac{5943}{32400} = 18.3\%$ ，2012 年

$$\frac{7177}{33900} = 21.2\%, 2008 \text{ 年 } \frac{4161}{22800} = 18.3\%, 2009 \text{ 年 } \frac{4321}{24300} = 17.8\%, \text{ 所以最高的为 B。}$$

4. 【答案】D

【解析】由 2012 年国家电网并网容量的数据中得知，清洁能源总容量为 24004 万千瓦，其中水电为 16816 万千瓦，占清洁能源总容量为 $\frac{16816}{24004} < \frac{18}{24} = 75\%$ ，故水电占清洁能源总容量应小于 75%，由答案中选项可得，只有 D 选项中水电所占比例小于 75%，故选项 D 正确。

5. 【答案】C

【解析】A 选项，核电上网电量 2008—2009 年都是 507，并非持续增长，选项 A 错误；

B 选项，新能源电机上网容量由 146 增涨到 1184， $1184 \div 146 \approx 8 = 2^3$ ，即三番，

选项 B 错误；C 选项，水电上网年均增率 $\sqrt[4]{\frac{5518}{3662}} - 1 \approx \frac{1}{4} \left(\frac{5518}{3662} - 1 \right) \approx 12.6\%$ ，而水

电并网年均增率为 $\sqrt[4]{\frac{16816}{12214}} - 1 \approx \frac{1}{4} \left(\frac{16816}{12214} - 1 \right) \approx 9.4\%$ ，则水电上网的年均增率大于

水电并网的年均增率，也可以通过直接比较根号内分式得出结论，选项 C 正确；

D 选项，2010 年新能源发电机组上网电量 492，核电上网电量 308，即从 2010 年开始新能源上网电量超过核电上网电量，选项 D 错误。

图 1



Technology Category	Investment (Billion Yuan)
信息技术 (Information Technology)	1946.5
现代交通 (Modern Transportation)	968.3
先进制造技术 (Advanced Manufacturing Technology)	951.3
环境保护与资源综合利用技术 (Environmental Protection and Resource Utilization Technology)	680.4
核应用技术 (Nuclear Application Technology)	335.5
新材料及其应用 (New Materials and Applications)	321.2
生物、医药和医疗器械技术 (Biological, Medical and Medical Device Technology)	396.4
农业技术 (Agriculture Technology)	233.0
其他 (Others)	164.0
城市建设与社会发展 (Urban Construction and Social Development)	735.9
新能源与高效节能 (New Energy and High Efficiency Energy Conservation)	736.5

- 95



- C. 在 1.5~2 万亿元之间 D. 高于 2 亿元
3. 2013 年新能源与高效节能技术合同成交金额约占当年 GDP 的 ()。
- A. 0.02% B. 0.06%
- C. 0.13% D. 0.20%
4. 2013 年有 () 个技术领域的技术合同成交金额高于 2012 年技术合同成交总金额的 10%。
- A. 6 B. 4
- C. 3 D. 2
5. 能够从上述资料中推出的是 ()。
- A. 2005 年~2013 年, 技术合同成交金额同比增量最大的是 2013 年
- B. 2004 年~2013 年, 技术合同成交金额占 GDP 比重最高和最低的年份相差 4 年
- C. 有 5 个技术领域 2013 年的技术合同成交金额不足当年电子信息技术合同成交金额的两成。
- D. 2013 年现代交通技术合同成交金额占当年技术合同成交总金额的比重不到 15%。

1. 【答案】D

【解析】

根据题干“...增速超过...的增速的年份有几个”, 结合图 1 中技术合同成交金额占 GDP 的比重数据, 可判定本题为两期比重比较问题。根据两期比重比较的结论, 当 $a > b$ 时, 比重上升, 即比重高于上年水平。定位图 1 折线图, 2005 年~2013 年中, 比重高于前一年的分别有: 2006、2007、2010、2011、2012、2013 年, 共有 6 年。

故正确答案为 D。

2. 【答案】B

【解析】

定位图 1 柱状图, “十一五”期间 (2006~2010 年) 成交总额 $= 1818 + 2227 + 2665 + 3039 + 3907 \approx 1820 + 2230 + 2670 + 3040 + 3910 = 13670$ 亿元, 即 1.367 万亿元, 符合 B 项取值范围。

故正确答案为 B。



3. 【答案】C

【解析】根据题干“2013年...占...”，可判定本题为现期比重计算问题。定位图2饼状图，2013年新能源与高效节能技术合同金额为736.5亿元，定位图1，2013年全国技术合同成交金额为7469亿元，占GDP的比重为1.31%，则2013年的GDP
$$= \frac{\text{部分量}}{\text{比重}} = \frac{7469}{1.31\%}$$
，则题目所求
$$= \frac{736.5}{\frac{7469}{1.31\%}} = \frac{736.5}{7469} \times 1.31\% \approx 0.1 \times 1.31\% \approx 0.13\%$$

故正确答案为C。

4. 【答案】A

【解析】

根据题干“2013年...高于...总金额的10%的领域有几个”，可判定本题为现期比重计算问题。定位图1柱状图，2012年技术合同成交总金额为6437亿元，则部分量 = 整体 × 比重 = $6437 \times 10\% = 643.7$ 亿元。

定位图2饼状图，可得“环境保护与资源综合利用技术、城市建设与社会发展、新能源与高效节能、先进制造技术、现代交通、电子信息技术”共6项的成交金额大于643.7亿元，满足条件。

5. 【答案】D

【解析】

A项：定位图1柱状图，2013年增长量 = 现期 - 基期 = $7469 - 6437 = 1032$ 亿元，2012年增长量 = $6437 - 4764 = 1673 > 1032$ 亿元，故2013年的增长量不是最大的，错误；

B项：定位图1折线图，占GDP比重最高的年份和最低的年份分别为2013年和2005年，相差8年，错误；

C项：定位图2饼状图，电子信息技术合同成交额为1946.5亿元，其两成为 $1946.5 \times 20\% \approx 389$ 亿元，则成交金额小于389亿元有“其他、农业技术、新材料及其应用、核应用技术”共4个领域，错误；

D项：定位图2饼状图，2013年现代交通的成交金额为968.3亿元，定位图1柱状图，2013年技术成交金额为7469亿元，则所求比重
$$= \frac{\text{部分量}}{\text{整体量}} = \frac{968.3}{7469} \approx \frac{970}{7500} \approx 0.13 < 0.15$$
，正确。



材料 4、综合资料

2017 年 1—12 月，全国内燃机累计销量 5645.38 万台，同比增长 4.11%，累计完成功率 266879.47 万千瓦，同比增长 9.15%，其中柴油内燃机功率同比增长 34%。



从燃料类型来看，柴油机增幅明显高于汽油机，柴油机累计销量 556 万台，同比增长 13.04%；汽油机累计销量 5089 万台。

从配套市场来看，乘用车用、摩托车用、园林机械用、发电机组用内燃机平稳增长，累计销量分别为 2205.40 万台、2030.12 万台、341.29 万台和 170.70 万台，同比增长分别为 2.99%、2.09%、1.68%和 1.73%；商用车用、农业机械用、工程机械用内燃机增长明显，累计销量分别为 398.57 万台、381.69 万台和 73.84 万台，同比增长分别为 13.02%、11.41%和 56.53%；船用内燃机累计销量 2.40 万台，同比下降 2.3%；通用机械用内燃机累计销量 41.37 万台，同比下降 6.59%。

1. 2016 年，我国销售的内燃机平均功率约为（ ）。

- A. 35 千瓦
- B. 45 千瓦
- C. 55 千瓦
- D. 65 千瓦

2. 2017 年，汽油内燃机累计销量同比增速（ ）。



- A. 低于-4%
B. 在-4%-0%之间
C. 在 0%-4%之间
D. 超过 4%
3. 2017 年 1~12 月, 内燃机销量环比下跌的月份有几个? ()
A. 3
B. 4
C. 5
D. 6
4. 从配套市场来看, 与上年相比, 2017 年销量变化最大的是 ()。
A. 乘用车用内燃机
B. 商用车用内燃机
C. 摩托车用内燃机
D. 农业机械用内燃机
5. 能够从上述资料中推出的是 ()。
①2016 年 1—12 月柴油内燃机累计完成功率
②2017 年第一季度内燃机累计销量的同比增速
③2016 年园林机械用内燃机累计销量所占比重
A. 仅②
B. 仅②③
C. 仅①③
D. ①②③

1. 【答案】B

【解析】根据题干“2016年···平均功率约为”，结合材料时间为2017年，可判定本题为基期平均数问题。定位文字材料第一段：“2017年1~12月，全国内燃机累计销量5645.38万台，同比增长4.11%，累计完成功率266879.47万千瓦，同比增长9.15%”。根据基期平均数公式： $\frac{A}{B} \times \frac{1+b}{1+a}$ ，故2016年，我国销售的内燃机平均功率 = $\frac{266879.47}{5645.38} \times \frac{1+4.11\%}{1+9.15\%} \approx \frac{266879}{5600} \times \frac{1.04}{1.09} \approx 47.66 \times 0.95 \approx 45.3$ ，与B选项最为接近。故正确答案为B。

2. 【答案】C

【解析】根据题干“2017年，汽油内燃机累计销量同比增速”，且材料已知全国内燃机销量和柴油机销量的增长率，可判定此题为混合增长率问题。定位文字材料第一段和第二段，“2017年1~12月，全国内燃机累计销量5645.38万台，同比增长4.11%”，“从燃料类型来看，柴油机增幅明显高于汽油机，柴油机累计销量556万台，同比增长13.04%；汽油机累计销量5089万台”。混合增长率口诀“居中但不中，偏向基期较大的”，一般情况下，现期量可以近似代替基期量进行比较大小，



柴油内燃机：汽油内燃机 = 556 : 5089 ≈ 1 : 9，可以明显看出，汽油内燃机的销量远大于柴油内燃机，所以整体的增长率 4.11% 会特别偏向于汽油内燃机销量的增长率，即小于 4.11% 又很接近 4.11%，显然只有 C 选项满足此条件。故正确答案为 C。

3. 【答案】D

【解析】根据题干“环比下跌的月份”，可判定本题为一般增长率问题。环比下跌，即环比增长率 < 0 ，则现期 $<$ 基期。定位图形材料，已知 1-12 月每个月份内燃机销量，则根据柱子比上个月低判断出 2-12 月中，满比下跌的月份有 2 月、4 月、5 月、7 月、10 月，共 5 个月份。又 2017 年 1 月份环比基期为 2016 年 12 月份，2016 年 12 月销量为 $\frac{519.19}{1-4.3\%} > 519.19 >$ 1 月销量 475.57，所以 1 月环比下跌，总计有 6 个月份环比下跌。故正确答案为 D。

4. 【答案】A

【解析】根据“与上年相比，2017 年销量变化最大的是”，且材料告诉各种配套市场的现期和增长率，可判断此题为增长量比较问题。定位文字材料第三段，“从配套市场来看，乘用车用、摩托车用……内燃机平稳增长，累计销量分别为 2205.40 万台、2030.12 万台……，同比增长分别为 2.99%、2.09%……；商用车用、农业机械用……内燃机增长明显，累计销量分别为 398.57 万台、381.69 万台……，同比增长分别为 13.02%、11.41%……”，可知乘用车用内燃机增长量为 $\frac{\text{现期}}{1+r} \times r = \frac{2205.40}{1+2.99\%} \times 2.99\% \approx \frac{2205.40}{1+\frac{1}{33}} \times \frac{1}{33} = \frac{2205.40}{34} \approx 64.9$ ，摩托车用内燃机增长量为 $\frac{\text{现期}}{1+r} \times r = \frac{2030.12}{1+2.09\%} \times 2.09\% \approx \frac{2030.12}{1+\frac{1}{50}} \times \frac{1}{50} = \frac{2030.12}{51} \approx 39.8$ ，商用车用内燃机增长量为 $\frac{\text{现期}}{1+r} \times r = \frac{398.57}{1+13.02\%} \times 13.02\% \approx \frac{398.57}{1+\frac{1}{7.7}} \times \frac{1}{7.7} = \frac{398.57}{8.7} \approx 45.8$ ，农业机械用内燃机增长量为 $\frac{\text{现期}}{1+r} \times r = \frac{381.69}{1+11.41\%} \times 11.41\% \approx \frac{381.69}{1+\frac{1}{8.5}} \times \frac{1}{8.5} = \frac{381.69}{9.5} \approx 40.2$ 。所以乘用车内燃机增长量最大，即销量变化最大，对应选项 A。故正确答案为 A。

5. 【答案】B

【解析】①：定位文字材料第一段，“2017 年 1~12 月，全国内燃机……累计完成功率 266879.47 万千瓦，同比增长 9.15%，其中柴油内燃机功率同比增长 34%”，可知仅有柴油内燃机功率的增长率，没有现期值，故不可推出 2016 年 1—12 月柴油



内燃机累计完成功率；

②：定位图形材料，可知 2017 年第一季度内燃机累计销量为 $475.57 + 434.56 + 523.67 = 1433.8$ ，又已知 2017 年 1~3 月内燃机销量的同比增速，则 2016 年 1 月内燃机销量为 $\frac{\text{现期}}{1+r} = \frac{475.57}{1-2.7\%} \approx \frac{475.57}{0.97} \approx 490$ ，2016 年 2 月内燃机销量为 $\frac{\text{现期}}{1+r} = \frac{434.56}{1+31.1\%} \approx \frac{434.56}{1.3} \approx 334$ ，2016 年 3 月内燃机销量为 $\frac{\text{现期}}{1+r} = \frac{523.67}{1+5.8\%} \approx \frac{523.67}{1.06} \approx 494$ ，所以 2016 年第一季度内燃机累计销量为 $490 + 334 + 494 = 1318$ ，则 2017 年第一季度内燃机累计销量的同比增速为 $\frac{1433.8 - 1318}{1318} \approx \frac{115.8}{1314} \approx 8.8\%$ ，故可推出；

③：定位文字材料第一段，“2017 年 1~12 月，全国内燃机累计销量 5645.38 万台，同比增长 4.11%”，可知 2016 年 1~12 月全国内燃机累计销量为 $\frac{5645.38}{1+4.11\%} \approx \frac{5645.38}{1.04} \approx 5400$ 。又根据文字材料第三段，“从配套市场来看，……园林机械用内燃机平稳增长，累计销量分别为……341.29 万台，同比增长分别为……1.68%”可知 2016 年园林机械用内燃机累计销量为 $\frac{341.29}{1+1.68\%} \approx \frac{341.29}{1.02} \approx 335$ ，所以 2016 年园林机械用内燃机累计销量所占比重为 $\frac{335}{5400} = 6.2\%$ ，故可推出。

故能够从上述资料中直接推出的只有②③。故正确答案为 B。



数量关系

数量关系考纲、考情综述

(1) 题型分布

	2017		2018		2019		2020		2021	
	地市	副省	地市	副省	地市	副省	地市	副省	地市	副省
方程等计算	1	3	2	2	-	1	3	4	4	8
行程问题	-	-	-	1	1	2	1	2	-	-
排列组合	1	1	1	1	1	1	2	2	1	1
概率问题	1	2	1	1	2	2	-	1	2	1
利润问题	1	1	2	3	1	1	1	1	-	1
工程问题	1	2	1	1	1	2	1	1	-	-
几何问题	2	3	1	2	-	-	1	3	1	2
最值问题	-	-	2	3	1	2	1	1	2	2
其他问题	3	3	-	1	3	4	-	-	-	-
总题量	10	15	10	15	10	15	10	15	10	15

(2) 数量关系考试大纲：数量关系主要测查报考者理解、把握事物间量化关系和解决数量关系问题的能力，主要涉及数据关系的分析、推理、判断、运算等。常用题型有数字推理和数学运算两种。

(3) 大纲【解析】每道题给出一个算术式子或者表达数量关系的一段文字，要求报考者熟练运用加、减、乘、除等基本运算法则，并利用其他基本数学知识，准确迅速地计算或推出结果。

数学运算其实就是以小、初、高奥数为主并结合实际问题形成的应用题。主要是对考生数学基础知识和运算技巧的考查。



专题一：基本解题方法

01 讲 代入排除法

核心知识

代入排除法是数学运算中非常重要的一部分，也是基本解题方法中的一种。一些题目中如果应用此种方法会达到事半功倍的效果。从解题原则上讲，把选项代入题干中，是从后往前解题，只有这样才能达到秒杀的效果。所以，秒杀的方法都离不开代入排除法。

代入排除法的使用条件（ ）。

一般题干限定条件明显（或逻辑关系明显）的题目才可以使用代入排除法。

题干限定条件包括：整除关系、不等式关系、差倍关系、奇偶关系、平方关系等。

其中整除法是最主要的秒杀方法

经典例题

【例 1】从一块正方形木板上锯下宽 5cm 的一个木条后，剩下的长方形面积是 750cm^2 ，锯下的木条面积是多少平方厘米？（ ）

A. 25

B. 150

C. 152

D. 168

【答案】B

【解析】根据题意可知，锯下的木条面积必能被 5 整除，排除 C、D。而且，锯下的木条面积加 750 应为平方数，排除 A。因此，选 B。

【例 2】某年级原有学生 440 人，被分为人数相同的若干个班，新学年时，该年级人数增加至 765 人，仍被分为人数相同的若干个班，但是多了 6 个班，则这个年级原有多少个班？（ ）

A. 22

B. 15

C. 11

D. 10



【答案】C

【解析】因为被分为人数相同的若干个班，则每个班人数相同，那么原有班数定能整除 440，排除 B 项；人数增加至 765 人后，原有班数加上 6 能整除 765，只有 C 项 $11+6=17$ 能整除 765。故答案为 C 项。

【例 3】某公司去年有员工 830 人，今年男员工人数比去年减少 6%，女员工人数比去年增加 5%，员工总数比去年增加 3 人，问今年男员工有多少人？（ ）

A. 329

B. 350

C. 371

D. 504

【答案】A

【解析】本题可利用整除特性。由题知，今年男员工数是去年的 94%，所以今年男员工数可被 94%（可约分为 47 整除）整除，根据选项，只有 A 符合，所以选择 A 选项。

$$94\% = \frac{94}{100} = \frac{47}{50}$$

【例 4】有 8 个盒子分别装有 17 个、24 个、29 个、33 个、35 个、36 个、38 个和 44 个乒乓球，小赵先取走一盒，其余各盒被小钱、小孙和小李取走，已知小钱和小孙取走的乒乓球个数相同，并且是小李取走的两倍，则小钱取走的各个盒子中的乒乓球数最可能是（ ）。

A. 24 个，38 个

B. 24 个，29 个，36 个

C. 24 个，29 个，35 个

D. 17 个，44 个

【答案】C

【解析】根据小钱取走的乒乓球个数是小李的 2 倍可知，小钱取走的乒乓球的个数为偶数，排除 B、D 两项；代入 A 项，当小钱取走的各盒中的乒乓球的个数为 24 个、38 个时，小李取走的总个数为 $(24+38) \div 2=31$ 个（其余 6 盒中没有符合的数量也无法凑出相同的数字），舍去。因此，选 C。

【例 5】宏远公司组织员工到外地集训，先乘汽车，每个人都有座位，需要每辆有 60 个座位的汽车 4 辆，而后乘船，需要定员为 100 人的船 3 条。到达培训基地后



最多可能生产多少件产品，考虑从大到小进行代入验证。

代入 A 项：若乙生产线每小时生产 14 件，则甲生产线每小时生产 $3 \times 14 = 42$ ，丙生产线每小时生产 $42 - 9 = 33$ 件，三条生产线每小时生产 $14 + 42 + 33 = 89$ 件，89 不到 100 且为质数，满足题意。故正确答案为 A。

练 2. 有一支参加阅兵的队伍正在进行训练，这支队伍的人数是 5 的倍数且不少于 1000 人，如果按每横排 4 人编队，最后少 3 人；如果按每横排 3 人编队，最后少 2 人；如果按每横排 2 人编队，最后少 1 人。请问，这支队伍最少有多少人？（ ）

A. 1045

B. 1125

C. 1235

D. 1345

【答案】A

【解析】代入排除。根据第一个条件总人数是 5 的倍数且不少于 1000，四个选项都符合要求。第二个条件每横行排 4 人编队，最后少 3 人，意味着总人数加 3 能被 4 整除，所以观察选项 C 选项排除；第三个条件如果按每横排 3 人编队，最后少 2 人，意味着总人数加 2 能被 3 整除，排除 B 选项；最后一个条件每横排 2 人编队，最后少 1 人，意味着总人数加 1 能被 2 整除，AD 都满足，而此题让我们选择最小的，所以我们选择 A 选项。

练 3. 在一堆桃子旁边住着 5 只猴子。深夜，第一只猴子起来偷吃了一个，剩下的正好平均分成 5 份，它藏起自己的一份，然后去睡觉。过了一会儿，第二只猴子起来也偷吃了一个，剩下的也正好平均分成 5 份，它也藏起自己的一份，然后去睡觉。第三、四、五只猴子也都依次这样做。问那堆桃子最少有多少个？（ ）

A. 4520

B. 3842

C. 3121

D. 2101

【答案】C

【解析】代入排除。根据第一个条件，吃掉 1 个剩下的平均分成 5 份，我们可知答案应该减 1 可以被 5 整除，排除 AB 两个选项；在根据题目的问法最少有多少个，所以我们从最小的开始进行代入，先看 D 选项， $2101 - 1 = 2100$ ，被 5 整除后得到的是 420，用 $2100 - 420 = 1680$ ； $1680 - 1 = 1679$ 不能再被 5 整除，所以 D 选项排除，选择 C 选项。



02 讲 特殊值法（赋值法）

核心知识

（1）应用条件（ ）。

若题干所给数据全为比值（比例、倍数、分数、百分数、折扣、浓度等），所求也为比值，则选择特殊值法。

特殊值的选择一般有两个要求，即前后不变的量和易计算的量。

（2）选哪些量为特殊值（ ）。

①特殊值尽量小。能取小的量为特殊值，不取大的量。

②最小公倍数原则。公倍数在除法中运算非常方便。

③取基期值原则。基期值是资料分析中的概念，而取基期值有利于我们现期值，有利于计算。

经典例题

【例 1】有甲乙丙三箱水果，甲箱重量与乙、丙两箱重量和之比是 1 : 5，乙箱重量与甲、丙重量之和的比是 1 : 2，甲箱重量与乙箱重量的比是（ ）。

A. 1/6

B. 1/3

C. 1/2

D. 1

【答案】C

【解析】甲箱重量是总重的 $\frac{1}{6}$ ，乙箱重量是总重的 $\frac{1}{3}$ ，因此甲箱重量与乙箱重量的比是 1 : 2。故正确答案为 C。

【例 2】千禧锻造厂要制造一批一定比例的锡铁金属合金，第一加入适量的金属铁后，此时金属锡的含量占总重量的 4%，第二次加入同样多的金属铁后，金属锡的含量占总含量的 3%。如果第三次再加入同样多的金属铁后，此时金属锡的含量占总重量的百分比是（ ）。

A. 2.5%

B. 2.4%

C. 2.7%

D. 2.8%

【答案】B



【解析】金属锡的量保持不变，因此首先考虑将金属锡的重量赋值为 12，则可知金属锡含量变化过程为 $12/300 \rightarrow 12/400 \rightarrow 12/500$ ，于是第三次加入同样多的金属锡后金属锡含量为 2.4%，故正确答案为 B。

【例 3】某调查队男、女队员的人数比是 3:2，分别为甲、乙、丙三个调查小组。已知甲、乙、丙三组的人数比为 10:8:7，甲组中男、女队员的人数比是 3:1，乙组中男、女队员的人数比是 5:3，则丙组中男、女队员的人数比是（ ）。

A. 4:9

B. 5:9

C. 4:7

D. 5:7

【答案】B

【解析】设甲、乙、丙三组人数分别为 20 人、16 人、14 人，那么共 50 人，根据甲组中男女比例 3:1 可知：甲队中男 15 人，女 5 人；根据乙组中男女比例 5:3 可知：乙队中男 10 人，女 6 人，再根据男女比例 3:2 可知：男总数 30 人，女总数 20 人。所以，丙组中男 $30-15-10=5$ 人，女 $20-5-6=9$ 人，丙组中男、女队员的人数比是 5:9。故正确答案为 B。

【拓展训练】

练 1. 去年百合食品厂第二季度的生产效率比第一季度的高 10%，第三季度的生产效率比第二季度又高 10%，问第三季度的生产效率比第一季度高多少？

A. 15%

B. 20%

C. 21%

D. 25%

【答案】C

【解析】假设第一季度的产值为“1”，则第二季度的产值为 $1 \times (1+10\%) = 1.1$ ，第三季度的产值为 $1.1 \times (1+10\%) = 1.21$ ，比第一季度高 $\frac{1.21-1}{1} \times 100\% = 21\%$ 。

03 讲 方程法

核心知识

方程法的考试频率 100%，这个方法的关键在于分析题干中的逻辑关系，把



题干中的逻辑关系转化成我们要的等量关系，列方程求解。

方程法有很多优点，但是方程法就一个缺点，那就是计算量大。

方程法解题三步走（ ）。

①寻找题干中的等量关系

②合理设置未知数

③快速计算

从现在考试题型看，方程法主要考：一元一次方程；二元一次方程组；不定方程。

三元一次方程组计算量太大，基本不考了。

经典例题

【例 1】林先生要将从故乡带回的一包泥土分成小包装送给占其朋友总数 30% 的老年朋友。在分包过程中发现，如果每包 200 克，则少 500 克；如果每包 150 克，则多 250 克。那么，林先生的朋友共有多少人？（ ）

A. 15

B. 30

C. 50

D. 100

【答案】C

【解析】设林先生的老年朋友为 x 人，根据分包过程可得： $200x - 500 = 150x + 250$ ，解得 $x = 15$ 人。因老年朋友占朋友总数的 30%，则林先生的朋友总共有： $15 \div 30\% = 50$ 人。故正确答案为 C。

【例 2】某企业员工组织周末自驾游。集合后发现，如果每辆小车坐 5 人，则空出 4 个座位；如果每辆小车少坐 1 人，则有 8 人没坐上车。那么，参加自驾游的小车有（ ）。

A. 9 辆

B. 10 辆

C. 11 辆

D. 12 辆

【答案】D

【解析】设一共有 x 辆车，根据总人数一定，列方程得： $5x - 4 = 4x + 8$ 。解得 $x = 12$ ，故参加自驾游的小车有 12 辆。故正确答案为 D。

[illegible]

【解析】由题干“合格品分为一、二、三等品，其比例为 1: 3: 6”，设一、二、三等合格品分别 x 千克， $3x$ 千克， $6x$ 千克，根据公式：总利润=总售价-总成本，可得 $108000 = (80x + 50 \times 3x + 20 \times 6x) - (8 \times 5000 + 20000)$ ，解得 $x = 480$ ，则合格品 $= 480 \times (1 + 3 + 6) = 4800$ 千克，废料 $= 5000 - 4800 = 200$ 千克，则废品率 $= \frac{200}{5000} \times 100\% = 4\%$ 。

【例 4】小明去某楼盘售楼部咨询售房情况。置业顾问告诉他，如果再卖出 50 套，则已卖出的数量与未卖出的数量相等；如果再卖出 150 套，则已卖出的数量比未卖出的数量多一半，问该楼盘目前还剩下多少套房子未卖出？（ ）

A. 350 套 B. 450 套
C. 550 套 D. 650 套

【解析】设目前已卖、未卖分别为 x 、 y 套，根据题意列方程组（ ）。

$$x+50=y-50\cdots\cdots(1)$$

$$X+150=1.5 \times (y-150) \dots\dots(2)$$

联立①②求解可得 $x=450$, $y=550$, 即目前还剩下 550 套房子未卖出。

【例 5】99 个苹果装进两种包装盒，大包装盒每盒装 12 个苹果，小包装盒每盒装 5 个苹果，共用了十多个盒子刚好装完。问两种包装盒相差多少个？

A. 3
B. 4
C. 7
D. 13

【答案】 D



【解析】设有大包装盒 x 个，小包装盒 y 个，根据题意可知， $12x+5y=99$ 。由奇偶性可知， $5y$ 必为奇数，即 y 为奇数，则 $5y$ 的尾数只能是 5，此时 $12x$ 的尾数是 4， $x=2$ 或 7。当 $x=2$ 时， $y=15$ ，符合题意，故两种包装盒相差 $15-2=13$ 个。（当 $x=7$ 时， $y=3$ ，此时 $x+y=10$ ，不符合“共用了十多个盒子”的要求），故正确答案为 D。

【拓展训练】

练 1. 某次田径运动会中，选手参加各单项比赛计入所在团体总分的规则为：一等奖得 9 分，二等奖得 5 分，三等奖得 2 分。甲队共有 10 位选手参赛，均获奖。现知甲队最后总分为 61 分，问该队最多有几位选手获得一等奖？（ ）

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

【答案】C

【解析】设获得一等奖、二等奖、三等奖的人数分别为 x 、 y 、 z ，根据题意得： $x+y+z=10$ ， $9x+5y+2z=61$ ，整理两式，消去 z 得： $7x+3y=41$ 。

问获得一等奖人数最多，考虑从大到小代入（ ）。

代入 D 项，若 $x=6$ ，代入 $7x+3y=41$ ， y 为负且不是整数，排除；

代入 C 项，若 $x=5$ ，代入 $7x+3y=41$ ，解得 $y=2$ ，符合题意。故正确答案为 C。

练 2. 某个项目由甲、乙两人共同投资，约定总利润 10 万元以内的部分甲得 80%，10 万元～20 万元的部分甲得 60%，20 万元以上的部分乙得 60%。最终乙分得的利润是甲的 1.2 倍。问如果总利润减半，甲分得的利润比乙（ ）。

A. 少 1 万元

B. 多 2 万元

C. 少 2 万元

D. 多 2 万元

【答案】B

【解析】设总利润为 $(20+x)$ 万元，则甲获得利润为 $(10 \times 80\% + 10 \times 60\% + 40\%x)$ 万元，乙获得利润为 $(10 \times 20\% + 10 \times 40\% + 60\%x)$ 万元，根据题意， $(10 \times 80\% + 10 \times 60\% + 40\%x) \times 1.2 = 10 \times 20\% + 10 \times 40\% + 60\%x$ ，解得 $x=90$ 。

如果总利润减半，则总利润变为 $\frac{20+90}{2} = 55$ 万元，此时甲获得利润 $10 \times 80\% + 10 \times 60\% + 40\% \times (55-20) = 28$ 万元，乙获得利润 $= 55 - 28 = 27$ 万元，甲分得的利润比乙多 1 万元。故正确答案为 B。



练 3. 甲、乙两人共携带 120 千克行李乘坐飞机，根据规定，甲单独托运则超重需支付 200 元，乙单独托运则超重需支付 100 元。若全部行李由一人负责托运，则超重需支付 450 元。问每位乘客的免费托运的行李最多为多少千克？

- A. 20 B. 25
C. 30 D. 35

【答案】C

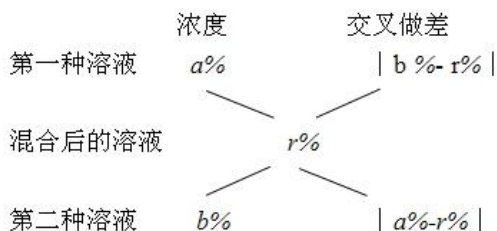
【解析】根据题意，“甲单独托运则超重需支付 200 元，乙单独托运则超重需支付 100 元”，甲、乙分别单独托运超重共需支付 $200+100=300$ 元，“若全部行李由一人负责托运，则超重需支付 450 元”，全部由一人托运比甲、乙单独托运需多支付 $450-300=150$ 元，多出的 150 元费用就是其中一个人免费的重量变成超重部分产生的费用。设免费重量为 x 千克，超出部分的费用为 y 元/千克，根据题意列方程组： $x \times y = 150 \cdots \cdots ①$ ， $(120-x) \times y = 450 \cdots \cdots ②$ ；解得 $x=30$ ， $y=5$ ，故每位乘客的免费托运的行李最多为 30 千克。故正确答案为 C。

04 讲 十字交叉法

核心知识

十字交叉法主要用于解决同种物质“混合”的问题。不混合是无法用十字交叉法的。

经常用来解决浓度问题、平均值（平均分）问题等，以浓度问题为例（ ）。



交叉做差后得到两种溶液的质量之比为 $\frac{A}{B} = \frac{|b\% - r\%|}{|a\% - r\%|}$

经典例题

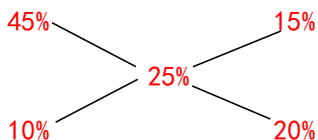


【例 1】有浓度为 45% 的酒精若干千克，再加入 16 千克浓度为 10% 的酒精，混合之后的酒精溶液浓度为 25%，问现在的酒精有多少千克？（ ）

- A. 20
B. 28
C. 32
D. 36

【答案】B

【解析】十字交叉法：设 45% 的酒精 x 千克。



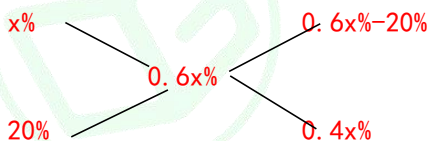
列方程得： $\frac{15\%}{20\%} = \frac{x}{16}$ ，解得 $x=12$ 。现在酒精有 $12+16=28$ 千克。

【例 2】将 1 千克浓度为 $x\%$ 的酒精，与 2 千克浓度为 20% 的酒精混合后，浓度变为 $0.6x\%$ 。则 $x\%$ 的值为（ ）。

- A. 50%
B. 48%
C. 45%
D. 40%

【答案】A

【解析】十字交叉法



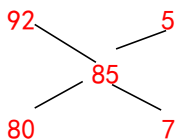
列方程得： $\frac{0.6x\%-20\%}{0.4x\%} = \frac{1}{2}$ ，解得 $x=50\%$

【例 3】某单位共有职工 72 人，年底考核平均分数为 85 分。根据考核分数，90 分以上的职工评为优秀职工，已知优秀职工的平均分数为 92 分，其他职工的平均分数是 80 分，问优秀职工的人数是多少？（ ）

- A. 12
B. 24
C. 30
D. 42

【答案】C

【解析】设优秀员工有 x 人，则其他职工有 $72-x$ 人。根据十字交叉法有



则 $\frac{x}{72-x} = \frac{5}{7}$, 解得 $x=30$ 。

【拓展训练】

练 1. 两个杯子里分别装有浓度为 40% 与 10% 的盐水, 倒在一起混合后盐水的浓度变为 30%, 若再加入 300 克 20% 的盐水, 混合后浓度变为 25%, 那么原有 40% 的盐水多少克?

A. 100

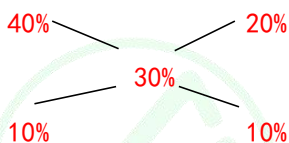
B. 200

C. 300

D. 360

【答案】B

【解析】30% 的盐水与 300 克 20% 的盐水混合后浓度变为 25%, 则 30% 的盐水也是 300 克。根据十字交叉法,



则 40% 的盐水与 10% 的盐水的质量为 20% : 10% = 2 : 1, 则原有 40% 的盐水为 $300 \times \frac{2}{3} = 200$ 克, 答案为 B。

练 2. 某高校艺术学院分音乐系和美术系两个系别, 已知学院男生人数占人数的 30%, 且音乐系男女生人数之比为 1 : 3, 美术系男女生人数之比为 2 : 3, 问音乐系和美术系的总人数之比是多少? ()

A. 5 : 2

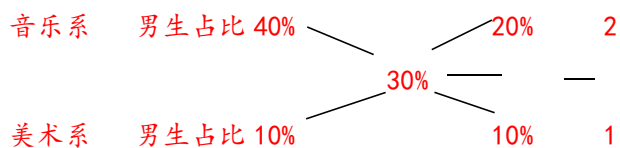
B. 5 : 1

C. 3 : 1

D. 2 : 1

【答案】D

【解析】十字交叉法。根据题意音乐系中男生占 $\frac{1}{1+3} = 25\%$, 美术系中男生占 $\frac{2}{2+3} = 40\%$, 且两系人数混合后男生占总人数的比为 30%, 根据十字交叉法, 列式如下



由此可知音乐系总人数与美术系总人数之比为 2 : 1。





专题二：题型分类精讲

01 讲 计算问题

核心知识

- (1) 数列的计算
- (2) 最大公约数与最小公倍数
- (3) 周期问题

经典例题

【例 1】如果一个等差数列共有 25 项，和为 3700，而且它的每一项都是自然数，那么这个等差数列的第 13 项的值是多少？

- A. 74
- B. 8
- C. 148
- D. 160

【答案】C

【解析】根据等差数列求和公式： $S_n = \text{中项} \times \text{项数}$ 。已知项数 25，所以中项为 a_{13} 。则 $3700 = a_{13} \times 25$ ，解得 $a_{13} = 148$ 。即第 13 项的值为 148。故正确答案为 C。

【例 2】某商店 10 月 1 日开业后，每天的营业额均以 100 元的速度上涨，已知该月 15 号这一天的营业额为 5000 元，问该商店 10 月份的总营业额为多少元？（ ）

- A. 163100
- B. 158100
- C. 155000
- D. 150000

【答案】B

【解析】10 月共 31 天，10 月 16 日的营业额为 $5000 + 100 = 5100$ 元，根据等差数列的规律。则该商店 10 月份的总营业额为 $5100 \times 31 = 158100$ 元，B 项正确。

【例 3】甲班有 42 名学生，乙班有 48 名学生，现在要把这两个班的学生平均分成若干小组，并且使每个小组都是同一个班的学生。每个小组最多有多少名学生？（ ）



A. 3

B. 4

C. 6

D. 8

【答案】C

【解析】要想让每个组的人数最多，同时能被 42 和 48 整出，我们可以找 42 和 48 的最大公约数，为 6，故每组最多 6 人，答案选 C。

【例 4】文化路小学举行了一次智力竞赛。参加竞赛的人中，平均每 15 人有 3 个人得一等奖，每 8 人有 2 个人得二等奖，每 12 人有 4 个人得三等奖。求至少有多少人参加了这次竞赛？

A. 120

B. 90

C. 360

D. 160

【答案】A

【解析】本题中可以看出参加的人数要同时能整除 15、8、12，故计算 15、8 和 12 的最小公倍数为 120，答案选 A。

【例 5】书架的某一层上有 136 本书，且是按照“3 本小说、4 本教材、5 本工具书、7 本科技书、3 本小说、4 本教材……”的顺序循环从左至右排列的。问该层最右边的一本是什么书（ ）。

A. 小说

B. 教材

C. 工具书

D. 科技书

【答案】A

【解析】循环周期为 $3+4+5+7=19$ ， $\frac{136}{19}=7$ 余 3，即 7 个周期多 3 本，则最右边的一本书是小说。故正确答案为 A。

【例 6】公司安排甲、乙、丙三人从周一开始上班，已知甲每上班一天休一天，乙每上班两天休一天，丙每上班三天休一天，那么三人第三次同时休息是星期（ ）？

A. 日

B. 一

C. 二

D. 三

【答案】B



【解析】由题干条件可知，甲每 2 天休息一天，乙每 3 天休息一天，丙每 4 天休息一天。甲乙丙同时休息的周期应该是 2、3、4 的最小公倍数，每 12 天休息一天。第三次同时休息时，应为第 $12 \times 3 = 36$ 天。 $36 \div 7 = 5 \cdots 1$ ，说明第 36 天即经过五个完整周后的第一天，应为周一。故正确答案为 B。

【拓展训练】

练 1. 某单位举办围棋联赛，所有选手的排名都没有出现并列名次。小周发现除自己以外，其他所有人排名数字之和正好是 70。问小周排名第几？

- A. 7
- B. 8
- C. 9
- D. 10

【答案】B

【解析】所有排名数字之和应大于 70，已知 $(1+12) \times 12 \div 2 = 78$ ，共 12 名，小周排名第 $78 - 70 = 8$ 名。

练 2. 三个自然数成等差数列，公差为 20，其和为 4095。这三个数中最大的是（ ）。

- A. 1345
- B. 1365
- C. 1385
- D. 1405

【答案】C

【解析】设等差数列的三个自然数分别为 a_2 、 a_1 、 a_3 ，根据奇数项的等差数列前 n 项和公式 $S_n = a_{\frac{n}{2}} \times n$ ，则这个等差数列的和 $S_3 = a_2 \times 3 = 4095$ ，解得 $a_2 = 1365$ ，所以 $a_1 = a_2 - 20 = 1345$ ， $a_3 = a_2 + 20 = 1385$ ，那么这个等差数列为 1345、1365、1385，即这三个数中最大的是 1385。

练 3. A、B、C、D 四人去羽毛球馆打球，A 每隔 5 天去一次，B 每隔 11 天去一次，C 每隔 17 天去一次，D 每隔 29 天去一次。5 月 18 日，四个人恰好在羽毛球馆相遇，则下一次相遇的时间为（ ）。

- A. 9 月 18 日
- B. 10 月 14 日
- C. 11 月 14 日
- D. 12 月 18 日

【答案】C



【解析】从题意可知，A、B、C、D四人分别每6，12，18，30天去一次羽毛球馆，则他们下一次相遇，需经过的天数是6、12、18、30的最小公倍数，即为180天， $180=31-18+30+31+31+30+31+14$ ，故5月18日之后的180天是11月14日。

练4. 把黑桃、红桃、方片、梅花四种花色的扑克牌按黑桃10张、红桃9张、方片7张、梅花5张的顺序循环排列。问第2015张扑克牌是什么花色（ ）。

- A. 黑桃
- B. 红桃
- C. 梅花
- D. 方片

【答案】C

【解析】由题意可知，每个大周期为 $10+9+7+5=31$ ， $2015 \div 31=65$ ，没有余数，说明第2015张为大周期中的最后一张牌的花色，即梅花。故正确答案为C。

练5. 某新建高速公路中间隔离带绿化时，顺次种植2株蜀桧、3株刺柏、5株小叶女贞、3株大叶黄杨，按此循环，第2019株树木是什么？（ ）

- A. 蜀桧
- B. 刺柏
- C. 小叶女贞
- D. 大叶黄杨

【答案】B

【解析】根据题意，种植的周期数为 $2+3+5+3=13$ ， $2019 \div 13=155 \cdots 4$ ，即经过155个周期后，剩余4株，这4株中前2株为蜀桧，后2株为刺柏，故第2019株树木是刺柏。故正确答案B

02 讲 工程问题

核心知识



工程问题解题公式：工作总量=工作效率×工作时间

一、找出工作效率；

二、假设工作效率；（常考特殊值法设工作效率解题）

三、求出工作效率。

所以工程问题的解题关键就是工作效率。也叫做先有工作效率，再有工作总量，然后求解

经典例题

【例1】有一水池，如果打开甲水龙头注水，需要5个小时装满水，如果打开乙水龙头注水，需要8个小时装满水，如果打开丙水龙头放水，需要6小时放空水池。现打开甲水龙头一小时，然后打开乙水龙头，过一小时后再打开丙水龙头，问再过多少小时可以注满水池？（ ）

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

【答案】A

【解析】设水池的容量为5、8、6的最小公倍数120，则甲的效率为24，乙的效率为15，丙的效率为20，设注满水池的时间为 t ，则有 $24t+15(t-1)-20(t-2)=120$ ，解得 $t=5$ ，再过3小时注满。

【例2】A工程队的效率是B工程队的2倍，某工程交给两队共同完成需要6天。如果两队的工作效率均提高一倍，且B队中途休息了一天，问要保证工程按原来的时间完成，A队中途最多可以休息几天？（ ）

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

【答案】A

【解析】设B工程队的效率为1，A工程队的效率为2，则总工作量为 $(1+2) \times 6=18$ 。按原来的时间完成，B队完成了 $1 \times 2 \times (6-1)=10$ ，则A工程队需要工作 $(18-10) \div (2 \times 2)=2$ （天），所求为 $6-2=4$ （天）。A项当选。

【例3】录入员小张和小李需要合作完成一项录入任务，这项任务小李一人需要



8 小时，小张一人需要 10 小时。两人在共同工作了 3 个小时后，小李因故回了趟家，期间小张一直在工作，小李返回后两个人又用了 1 个小时就完成了任务。在完成这项任务的过程中，小张比小李多工作了几个小时？

- A. 1
B. 1.5
C. 2
D. 2.5

【答案】A

【解析】根据题意，小张比小李多工作的时间即为小李中途回家往返所用时间，设工程总量为 40（8 和 10 的最小公倍数），则小李效率为 $40 \div 8 = 5$ ，小张效率为 $40 \div 10 = 4$ ，设小李中途回家花费 x 小时，可得 $(5+4) \times (3+1) + 4x = 40$ ，解得 $x=1$ 。故正确答案为 A。

【例 4】某件刺绣产品，需要效率相当的三名绣工 8 天才能完成；绣品完成 50% 时，一人有事提前离开，绣品由剩下的两人继续完成；绣品完成 75% 时，又有一人离开，绣品由最后剩下的那个人做完。那么，完成该件绣品一共用了（ ）。

- A. 10 天
B. 11 天
C. 12 天
D. 13 天

【答案】D

【解析】特值每个绣工的效率为 1，则工作总量为 $3 \times 8 = 24$ 。第一次时间： $24 \times 50\% \div 3 = 4$ 天；第二次时间： $24 \times (75\% - 50\%) \div 2 = 3$ 天；第三次时间： $24 \times (100\% - 75\%) \div 1 = 6$ 天。则总时间为 $4+3+6=13$ 天。故答案选 D。

【例 5】某医疗器械公司为完成一批口罩订单生产任务，先期投产了 A 和 B 两条生产线，A 和 B 的工作效率之比为 2:3，计划 8 天可完成订单生产任务，两天后公司又对这批订单投产了生产线 C，A 和 C 的工作效率之比为 2:1，问该批口罩订单任务将提前几天完成？

- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

【答案】A

【解析】根据题意，A、B 生产线工作效率之比为 2:3，A、C 生产线工作效率之比为 2:1，则 A、B、C 三条生产线工作效率之比为 2:3:1。赋值 A、B、C 三条生



产线工作效率分别为 2、3、1，则生产任务总量 = $(2+3) \times 8 = 40$ 。A、B 两条生产线工作两天后，又投产生产线 C，因此完成任务还需需 $\frac{40 - (2+3) \times 2}{2+3+1} = 5$ 天，则该批口罩订单任务将提前 $8-2-5=1$ 天完成。故正确答案为 A。

【拓展训练】

练 1. 甲、乙两个工程队共同参与一项建设工程。原计划由甲队单独施工 30 天完成该项工程三分之一后，乙队加入，两队同时再施工 15 天完成该项工程。由于甲队临时有别的业务，其参加施工的时间不能超过 36 天，那么为全部完成该项工程，乙队至少要施工多少天？（ ）

- A. 18
B. 20
C. 24
D. 30

【答案】A

【解析】根据题意可得，甲队单独完成这项工程需要 $30 \div \frac{1}{3} = 90$ 天，则 $90 \text{ 甲} = 30 \text{ 甲} + 15 \times (\text{甲} + \text{乙})$ ，得 $3 \text{ 甲} = \text{乙}$ ，则甲、乙效率之比为 1:3，赋值甲的效率为 1，乙的效率为 3，工程总量为 $90 \times 1 = 90$ 。根据问题，乙队施工天数尽可能少，则甲队施工天数应尽可能多，其最多可为 36 天，则乙队施工天数至少 $= \frac{\text{剩余工作量}}{\text{乙队效率}} = \frac{90 - 1 \times 36}{3} = 18$ 天。故正确答案为 A。

练 2. 工程队接到一项工程，投入 80 台挖掘机。如连续施工 30 天，每天工作 10 小时，正好按期完成。但施工过程中遭遇大暴雨，有 10 天时间无法施工。工期还剩 8 天时，工程队增派 70 台挖掘机并加班施工。问工程队若想按期完成，平均每天需多工作多少个小时？（ ）

- A. 1.5
B. 2
C. 2.5
D. 3

【答案】B

【解析】赋值每台挖掘机每小时的效率为 1，因遭遇暴雨，10 天时间无法施工，则只能施工 $30-10=20$ 天，在还剩 8 天时，已施工 12 天，此时剩余工程总量 $= 80 \times (30-12) \times 10 = 80 \times 180$ 。在增派 70 台挖掘机后，若想在规定的时间内完工，设每天需工作 t 小时，则可得： $80 \times 180 = (80+70) \times 8 \times t$ ，解得 $t=12$ 。即平均每天需多工作



12-10=2 小时。故正确答案为 B。

练 3. 某工厂与订货商签订合同, 约定订货商在订单生产完成 60% 和 90% 的时候分别支付两笔货款。在派 5 名工人生产 9 天后, 完成了订单的 9%。假设工人的生产效率相同, 如再增派 10 名工人加入生产, 则订货商支付第一笔和第二笔货款的时间间隔为 ()。

A. 6 天

B. 10 天

C. 12 天

D. 15 天

【答案】B

【解析】工程问题。假设每名工人工作效率为 1, 则工程总量的 9% 对应: $1 \times 5 \times 9 = 45$ (份), 则工程总量为 $45 \div 9 = 500$ (份)。总工程的 60% 和 90% 之间相差 30%, 即 $500 \times 30\% = 150$ (份), 完成这部分时共有 $5 + 10 = 15$ (人), 需要 $\frac{150}{(5+10) \times 1} = 10$ (天)。

03 讲 行程问题

核心知识

行程问题的考试频率 100%, 行程问题是数学运算中难度最大的题。这类题目如果想做的快, 只有一个方法那就是对公式和模型非常熟悉

经典例题

一、初等行程问题

第一步: 读题, 如果题干中所给是一个物体的运动或两个物体的运动但是两个物体之间没关系, 这种题我们都把它叫做初等行程问题。

第二步: 寻找路程、速度、时间 (S, V, T), 三个量中的两个量。初等行程问题中速度是解题关键。

第三步: 寻找一个关键的关系 (也可以是等量关系)。

第四步: 利用 (公式一: $S=v \cdot t$) 列式子、列方程求解。

【例 1】公路上有三辆同向行驶的汽车, 其中甲车的时速为 63 公里, 乙、丙两



车的时速均为 60 公里，但由于水箱故障，丙车每连续行驶 30 分钟后必须停车 2 分钟。早上 10 点，三车到达同一位置，问 1 小时后，甲、丙两车最多相距多少公里？

()

A. 5

B. 7

C. 9

D. 11

【答案】B

【解析】1 小时后甲行驶了 63 公里，要使甲、丙相距最多，应假设 10 点时，丙刚刚开始休息，则 1 小时时，丙行驶了 $60 - 2 - 2 = 56$ 分钟，行驶了 $60 \times \frac{56}{60} = 56$ 公里。故甲、丙最多相距 $63 - 56 = 7$ 公里。故选 B。

【例 2】小王步行的速度比跑步慢 50%，跑步的速度比骑车慢 50%。如果他骑车从 A 城去 B 城，再步行返回 A 城共需要 2 小时。问小王跑步从 A 城到 B 城需要多少分钟？()

A. 45

B. 48

C. 56

D. 60

【答案】B

【解析一】根据题意可知，小王骑车、跑步、步行的速度比为 $4:2:1$ ，故时间比为 $\frac{1}{4} : \frac{1}{2} : 1 = 1:2:4$ ，所以从 A 城到 B 城跑步的时间为 $2 \times \frac{2}{1+4} = \frac{4}{5}$ 小时 = 48 分钟。

【解析二】设 A、B 两城的距离为 S，小王步行的速度为 x，则跑步的速度为 2x，骑车的速度为 4x，故有 $\frac{S}{x} + \frac{S}{4x} = 2$ ，整理得 $\frac{5S}{4x} = 2$ ，即 $\frac{S}{2x} = \frac{4}{5}$ ，所以从 A 城到 B 城跑步的时间为 $\frac{4}{5}$ 小时 = 48 分钟。

【拓展训练】

练 1. 一列火车要通过两座大桥，已知完全通过第一座大桥用时 30 秒，桥长 650 米，之后为了尽快到达目的地，火车将速度提升了 25%，随后完全通过第二座大桥用时 40 秒，桥长 1250 米。问火车的长度为多少米？()

A. 150

B. 175



C. 200

D. 250

【答案】D

【解析】普通行程问题，设火车的长度为 L ，火车的速度为 V ，第一次用时 30 秒可由公式得到 $L+650=30V$ ；第二次速度提升 25%，用时 40 秒可由公式得到 $L+1250=40 \times 1.25V$ ，两个方程两个未知数，解得 $L=250$ 米，故选 D。

练 2. 一辆汽车第一天行驶了 5 个小时，第二天行驶了 600 公里，第三天比第一天少行驶 200 公里，三天共行驶了 18 个小时。已知第一天的平均速度与三天全程的平均速度相同，问三天共行驶了多少公里？（ ）

A. 800

B. 900

C. 1000

D. 1100

【答案】B

【解析】设第一天的平均速度为 v 公里/小时，则第一天路程为 $5v$ 公里，第三天路程为 $5v-200$ 公里。由全程平均速度与第一天相同，可得方程： $5v+600+5v-200=18v$ ，解得 $v=50$ ，则三天共行驶 $18 \times 50=900$ 公里。故正确答案为 B。

二、相遇问题

公式二（迎面相遇公式）： $t_{(\text{相遇})} = \frac{S_{\text{和}}}{V_{\text{和}}}$

公式三（追及相遇公式）： $t_{(\text{追及})} = \frac{S_{\text{和}}}{V_{\text{和}}}$

有了上面的公式，我们还需要画图找关系解题。

【例 1】一只猎豹锁定了距离自己 200 米远的一只羚羊，以 108 千米/小时的速度发起进攻，2 秒钟后，羚羊意识到危险，以 72 千米/小时的速度快速逃命。问猎豹捕捉到羚羊时，羚羊跑了多少路程？（ ）

A. 520 米

B. 360 米

C. 280 米

D. 240 米

【答案】C



【解析】108 千米/小时=30 米/秒，72 千米/小时=20 米/秒，开始猎豹距离羚羊 200 米，羚羊意识到危险的时候，猎豹距离羚羊 $200 \text{ 米} - 30 \text{ 米/秒} \times 2 \text{ 秒} = 140 \text{ 米}$ 。根据追击问题计算公式：速度差 \times 追击时间=路程差，即 $(30-20) t = 140$ ， $t = 14 \text{ 秒}$ ，即猎豹捕捉到羚羊时，羚羊跑了 14 秒，路程为 $20 \times 14 = 280 \text{ 米}$ 。

【例 2】甲、乙两地相距 210 公里，a、b 两辆汽车分别从甲、乙两地同时相向出发并连续往返于两地。从甲地出发的 a 汽车的速度为 90 公里/小时，从乙地出发的 b 汽车的速度为 120 公里/小时。问 a 汽车第 2 次从甲地出发后与 b 汽车相遇时，b 汽车共行驶了多少公里？（ ）

A. 560 公里

B. 600 公里

C. 620 公里

D. 650 公里

【答案】B

【解析】a 汽车第 2 次从甲地出发，则再次与 b 汽车相遇时两车一共走了全程的 5 倍。故 b 汽车共行驶了 $210 \times 5 \times \frac{120}{120+90} = 600 \text{ 公里}$ 。

【拓展训练】

练 1. 已知 A、B 两地相距 600 千米，甲乙两车同时从 A、B 两地相向而行，3 小时相遇。若甲的速度是乙的 1.5 倍，则甲的速度是（ ）。

A. 60 千米/小时

B. 80 千米/小时

C. 90 千米/小时

D. 120 千米/小时

【答案】D

【解析】设乙的速度为 v 千米/小时，甲的速度为 $1.5v$ 千米/小时，由题目可列方程： $(x+1.5x) \times 3 = 600$ ，解得 $v=80$ ，则甲速度为 $1.5 \times 80 = 120 \text{ 千米/小时}$ 。

练 2. 一支 600 米长的队伍行军，队尾的通讯员要与最前面的连长联系，他用 3 分钟跑步追上了连长，又在队伍休息的时间以同样的速度跑回了队尾，用了 2 分 24 秒，如队伍和通讯员均匀速前进，则通讯员在行军时从最前面跑步回到队尾需要多长时间（ ）。

A. 48 秒

B. 1 分钟



C. 1 分 48 秒

D. 2 分钟

【答案】D

【解析】队伍休息时，队伍自身速度为 0，可知通讯员的速度为： $600 \div \frac{12}{5} = 250$ 米/分钟。队伍行进时，通讯员从队尾到队首用 3 分钟，可知通讯员与队伍的速度差为： $600 \div 3 = 200$ 米/分钟，因此队伍的行进速度为： $250 - 200 = 50$ 米/分钟，因此在队伍行进时，通讯员从队首到队尾用时为： $600 \div (250 + 50) = 2$ 分钟。故正确答案为 D。

练 3. 张村村长和李村支书到对方村中调研，两人以相同的速度同时相向出发，2 人相遇后，张村村长的速度提高了 $\frac{1}{3}$ ，又用 2.5 小时到达李村，李村支书的速度减少了 $\frac{1}{6}$ ，则再用几个小时可到达张村？（ ）

A. 3

B. 4.5

C. 4

D. 3.5

【答案】C

【解析】设两人刚开始出发时的速度均为 6，同时出发且速度相等，故应在路程中点相遇。在后半程中，张村长的速度提高了 $\frac{1}{3}$ ，则速度变为： $6 + 6 \times \frac{1}{3} = 8$ ，故后半程路程为 $8 \times 2.5 = 20$ ；同时在后半程中，李支书的速度减少了 $\frac{1}{6}$ ，则速度变为 $6 - 6 \times \frac{1}{6} = 5$ ，因此还需： $20 \div 5 = 4$ 小时才可到达张村。故正确答案为 C。

练 4. 有一行人和一名骑车人都从 A 向 B 地前进，行人和骑车人的速度分别是 3.6 千米/小时、10.8 千米/小时，此时道路旁有列火车也由 A 地向 B 地疾驶，火车用 22 秒超越行人，用 26 秒超越骑车人，这列火车车身长度为多少米（ ）。

A. 232

B. 286

C. 308

D. 1029.6

【答案】B

【解析】 3.6 千米/小时 $= 1$ 米/秒， 10.8 千米/小时 $= 3$ 米/秒。火车运动方向与行人、骑车人相同，可归为追及问题。此题中追及距离即为火车长度。设火车速度为 v



米/秒，长度为 L 米。根据追及问题公式，则有 $L = (v - 1) \times 22$ ， $L = (v - 3) \times 26$ ，解得 $L = 286$ 。故正确答案为 B。

练 5. 货车 A 由甲城开往乙城，货车 B 由乙城开往甲城，它们同时出发并以各自恒定的速度行驶，在途中第一次相遇时，它们离甲城为 35 千米。相遇后两车继续以原来的速度行驶至目的地城市后立即折返，途中再一次相遇，这时它们离乙城为 25 千米。则甲乙两城相距多少千米（ ）。

A. 80

B. 85

C. 90

D. 95

【答案】A

【解析】第一次相遇时，两车共行走了一个全程；第二次相遇时，两车共行走三个全程。第二次相遇所走路程是第一次相遇所走路程的 3 倍，所走时间与速度不变，故货车 A 第二次相遇所走的路程也是第一次相遇所走路程的 3 倍。第一次相遇时，货车 A 走了 35 千米，则在第二次相遇时货车 A 共走了 $35 \times 3 = 105$ 千米，这时离乙城 25 千米，则全程共 $105 - 25 = 80$ 千米。故正确答案为 A。

三、流水行船问题

$$\textcircled{1} v_{\text{顺}} = v_{\text{船}} + v_{\text{水}}$$

$$\textcircled{2} v_{\text{逆}} = v_{\text{船}} - v_{\text{水}}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{推出: } v_{\text{船}} = \frac{v_{\text{顺}} + v_{\text{逆}}}{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{推出: } v_{\text{水}} = \frac{v_{\text{顺}} - v_{\text{逆}}}{2}$$

【例 1】某船在静水中的速度是每小时 15 千米，它从上游甲地开往下游乙地共花去了 8 小时，水速每小时 3 千米，问从乙地返回甲地需要多少小时？（ ）

A. 10

B. 12

C. 14

D. 16

【答案】B

【解析】从甲地到乙地顺流，顺水速度 $=15+3=18$ 千米/小时，甲乙两地路程



$=18 \times 8 = 144$ 千米, 从乙地到甲地逆流, 逆水速度 $=15 - 3 = 12$ 千米/小时, 则返回时逆流所用的时间 $=144 \div 12 = 12$ 小时。B 选项正确。

【例 2】甲、乙两港相距 720 千米, 轮船往返两港需要 35 小时, 逆流航行比顺流航行多花 5 小时; 帆船在静水中每小时行驶 24 千米, 问帆船往返两港要多少小时?

()

A. 58

B. 60

C. 64

D. 66

【答案】C

【解析】轮船往返两港共 35 小时, 而逆流航行比顺流航行多花 5 小时, 据此可知轮船顺流时间为 15 小时, 逆流时间为 20 小时, 则轮船的顺流速度为 $720 \div 15 = 48$ 千米/小时, 逆流速度为 $720 \div 20 = 36$ 千米/小时, 因此水速为 $(48 - 36) \div 2 = 6$ 千米/小时。对于帆船来说, 顺流速度为 $24 + 6 = 30$ 千米/小时, 逆流速度为 $24 - 6 = 18$ 千米/小时。所求帆船往返时间为 $720 \div 30 + 720 \div 18 = 24 + 40 = 64$ 小时, 选 C。

【拓展训练】

练 1. 静水中客船速度是每小时 25 千米, 货船速度是每小时 15 千米, 货船先从某港开出顺水航行, 3 小时后客船从该港同方向开出, 若水流速度为 5 千米/小时, 问客船几小时可以追上货船? ()

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

【答案】B

【解析】确定此题为流水行船问题。由于货船先顺水行驶 3h, 那么货船这 3h 走的路程可以求出, 是用时间乘上货船顺水的速度, 由于“货船速度是每小时 15 千米, 水流速度为 5 千米/小时”, 所以货船顺水的速度是 $15 + 5 = 20$, 那么这段路程是 $20 \times 3 = 60$, 由于同时同向出发, 确定此题是追及问题, 根据追及问题的公式, 我们知道路程差 $=$ 速度差 \times 时间, 根据前面我们可以得知, 路程差就是货船顺水行驶这 3h 走的路程, 再来分析速度差指的是, 客船顺水行驶的速度 $-$ 货船顺水行驶的速度, 也就是等于 $25 + 5 - (15 + 5)$, 算出来结果是 10。那么我们可以列出等式, $60 = 10 \times$ 追及时间, 由此求得追及时间为 6h。本题答案为 B。



04 讲 利润问题

核心知识

利润问题的考试频率 100%，利润问题的解题目就是求解利润，常用的方法就是方程法和特殊值法求利润，解利润问题。

- ① 利润 = 销售价 - 成本
- ② 利润 = 单件利润 × 销量
- ③ 利润 = 成本 × 利润率
- ④ 销售价 = 成本 × (1 + 利润率)

经典例题

【例 1】甲商店购入 400 件同款夏装。7 月以进价的 1.6 倍出售，共售出 200 件；8 月以进价的 1.3 倍出售，共售出 100 件；9 月以进价的 0.7 倍将剩余的 100 件全部售出，总共获利 15000 元。问这批夏装的单件进价为多少元？（ ）

- A. 120
- B. 100
- C. 144
- D. 125

【答案】D

【解析】经济利润问题。设单件进价为 x 元，总共获利 15000 元，根据题意可列方程 $200 \times 0.6x + 0.3x \times 100 - 0.3x \times 100 = 15000$ ，解得 $x = 125$ 。

【例 2】从 A 市到 B 市的机票如果打 6 折，包含接送机出租车交通费 90 元、机票税费 60 元在内的总乘机成本是机票打 4 折时总乘机成本的 1.4 倍。问从 A 市到 B 市的全价机票价格（不含税费）为多少元？（ ）

- A. 1200
- B. 1250
- C. 1500
- D. 1600

【答案】C

【解析】经济利润问题。设 A 市到 B 市的机票原价为 x 元，根据题意可列方程 $0.6x + 90 + 60 = 1.4 \times (0.4x + 90 + 60)$ ，解得 $x = 1500$ 。



【例 3】某企业引进新技术后，原材料成本降低了 40%，单位人工成本上涨了 80%，所需要的工人数降低为原来的一半，已知采用新技术前，总人工成本为原材料成本的 4 倍，则采用新技术后总人工成本是原材料成本的（ ）倍。

- A. 2
B. 3
C. 4
D. 6

【答案】D

【解析】特殊值法。设引进新技术前原材料成本为 10，单位人工成本为 10，工人数为 4，则有

	原材料成本	单位人工成本	工人数
引进技术前	10	10	4
引进技术后	$10 \times (1-40\%)$ =6	$10 \times (1+80\%)$ =18	$4 \times (1-50\%)$ =2

采用新技术后：总人工成本 \div 原材料成本 $= 18 \times 2 \div 6 = 6$ 倍。

【例 4】某超市下午 3 点开始对其新上架的洗发液进行半价促销，并规定之后每次整点时，洗发液的价格都会上调其原价的 5%，直至恢复原价。张大妈 4 点 15 分在超市抢购了 2 瓶，6 点 30 分又去超市买了 2 瓶。张大妈两次购买洗发液共花费 48 元，问与原价相比共节省了多少钱？（ ）

- A. 12
B. 24
C. 32
D. 48

【答案】C

【解析】根据题意，设洗发液原价为 $100a$ 元，则有（ ）。

原价	3 点价格	4 点价格	5 点价格	6 点价格
$100a$	$50a$	$55a$	$60a$	$65a$

张大妈两次抢购的总价 $= 2 \times 55a + 2 \times 65a = 240a = 48$ ，解得 $a = 0.2$ ；原价购买 4 瓶的总价 $= 400a = 80$ 元，则与原价相比共节省了 $80 - 48 = 32$ 元。

【例 5】某银行推出 3 年期和 5 年期的两种理财产品 A 和 B。小王分别购买这两种产品各 1 万元，结果发现，按单利计算（即利息不产生收益），B 产品平均年收益



率比 A 产品多 2 个百分点，期满后，B 产品总收益是 A 产品的 2.5 倍。那么，小王各花 1 万元购买 A、B 两种产品的平均年收益分别是（ ）。

A. 700 元和 900 元

B. 600 元和 900 元

C. 500 元和 700 元

D. 400 元和 600 元

【答案】D

【解析】经济利润问题。设 A 产品的平均年收益率为 $x\%$ ，则 B 产品的平均年收益率为 $(x+2)\%$ ，根据 A、B 两种产品的总收益关系可得， $1 \text{ 万} \times x\% \times 3 \times 2.5 = 1 \text{ 万} \times (x+2)\% \times 5$ ，解得 $x=4$ 。所以 A 产品的平均年收益为 $1 \text{ 万} \times 4\% = 0.04 \text{ 万元} = 400 \text{ 元}$ ，B 产品的平均年收益为 $1 \times (4+2)\% = 0.06 \text{ 万} = 600 \text{ 元}$ 。

【拓展训练】

练 1. 假设个人出版著作所得稿费纳税方法如下：（1）稿费不超过 800 元不纳税；（2）超过 800 元但不超过 4000 元的部分纳税 10%；（3）超过 4000 元的部分纳税 15%。已知张教授出版一部著作，纳税 620 元，则张教授的这笔稿费是多少元？（ ）

A. 9000

B. 8000

C. 7000

D. 6000

【答案】D

【解析】经济利润问题。

稿费	纳税金额
0-800 元（含 800 元）	0 元
800-4000（含 4000 元）	$(4000 - 800) \times 10\% = 320$
4000 元以上	$620 - 320 = 300$

设超过 4000 元部分的有 x 元。则根据题意可列方程 $15\%x = 300$ ，解得 $x = 2000$ 。

稿费为： $4000 + 2000 = 6000$ （元）

练 2. 某个项目由甲、乙两人共同投资，约定总利润 10 万元以内的部分甲得 80%，10 万元—20 万元的部分甲得 60%，20 万元以上的部分乙得 60%，最终乙分得的利润是甲的 1.2 倍。问如果总利润减半，甲分得的利润比乙（ ）。

A. 少 1 万元

B. 少 2 万元



C. 多 1 万元

D. 多 2 万元

【答案】C

【解析】经济利润问题。10 万元以内的部分甲得 $10 \times 80\% = 8$ 万，乙得 $10 \times 20\% = 2$ 万；10 万元—20 万元的部分甲得 $10 \times 60\% = 6$ 万，乙得 $10 \times 40\% = 4$ 万；设 20 万元以上的部分为 x ，则甲得 $0.4x$ ，乙得 $0.6x$ 。根据“最终乙分得的利润是甲的 1.2 倍”可得： $6 + 0.6x = 1.2(0.4x + 14)$ ，解得 $x = 90$ ，也就是 20 万部分以上为 90 万，则总利润为 $90 + 20 = 110$ 万，总利润减半变为 55 万，此时超过 20 万部分为 35 万，甲共得： $8 + 6 + 35 \times 0.4 = 28$ 万，乙共得 $2 + 4 + 35 \times 0.6 = 27$ 万，所以甲比乙多 1 万。

练 3. 商店采购了一种水果，第一天在进货成本基础上加价 40% 销售，从第二天开始，每天的销售价格都比前一天低 10%。已知第三天这种水果的售价比第一天降低了 13.3 元/千克。问这种水果的进货成本为多少元/千克？（ ）

A. 35

B. 40

C. 45

D. 50

【答案】D

【解析】经济利润问题。设进货成本为 x 元/千克。根据题意可得：第一天售价为 $(1 + 40\%)x = 1.4x$ ，第二天售价为 $(1 - 10\%) \times 1.4x = 1.26x$ ，第三天售价为 $(1 - 10\%) \times 1.26x = 1.134x$ 。则有 $1.4x - 1.134x = 0.266x = 13.3$ ，解得 $x = 50$ 。

05 讲 排列组合

(1) 加法原理

核心知识

排列组合的考试频率 50%，排列组合的重点在于理解“C”和“A”两种运算符号的使用，掌握两种必备的解题方法，即加法原理和乘法原理的运用

加法原理：加法原理也称为例举法或列举法，其解题方法是，一件事情，有 n 类方法可以完成，并且每类方法又分别存在 m_1 、 m_2 、 $m_3 \dots m_n$ 种不同方法，则完成这件事情共有 $m_1 + m_2 + \dots + m_n$ 种方法。所以加法原理的核心是“分类”。

经典例题

【例 1】某次专业技能大赛有来自 A 科室的 4 名职工和来自 B 科室的 2 名职工参加，结果有 3 人获奖且每人的成绩均不相同。如果获奖者中最多只有 1 人来自 B 科室，那么获奖者的名单和名次顺序有多少种不同的可能性（ ）。

- A. 48
B. 72
C. 96
D. 120

【答案】 C

【解析】A 有 4 名职工，B 有 2 名职工，选出 3 人且最多只有一个人来自 B，有两种安排方式：第一种：A 三个人，B 没人，总共的选择有 $C(4, 3) \times A(3, 3) = 24$ 种；第二种：A 两个人，B 一个人，总共有 $C(4, 2) \times C(2, 1) \times A(3, 3) = 72$ 种，所以总共的可能性有 $24 + 72 = 96$ 种。故本题答案为 C 选项。

【例 2】某地奥运火炬接力传递线路共分 6 段, 传递活动分别由 6 名火炬手完成, 如果第一棒火炬手只能从甲、乙、丙三人中产生, 最后一棒火炬手只能从甲、乙两人中产生, 则不同的传递方案共有 () 种。

- A. 220
B. 120
C. 96
D. 12

【答案】 C

【解析】先考虑第一棒，按照甲、乙、丙分类。

第一棒甲，则最后一棒必为乙 A_4^4

第一棒乙，则最后一棒必为甲 A_4^4

第一棒丙，则最后一棒必为甲或乙， $A_4^4 \times 2$

综上所述, 可知结果为 $4A_4^4$

【例 3】某单位要求职工参加 20 课时线上教育课程，其中政治理论 10 课时，专业技能 10 课时。可供选择的政治理论课共 8 门，每门 2 课时；可供选择的专业技能课共 10 门，其中 2 课时的有 5 门，1 课时的有 5 门。问可选择的课程组合共有多少种？（ ）

- A. 5656 B. 5600



C. 1848

D. 616

【答案】A

【解析】根据题意,政治理论课在8门中选5门即可达到10课时,一共有: $C_8^5=56$ 种情况。专业技能课若要达到10课时,可分为以下3类:①2课时的课5门全选,情况数为1种;②2课时的课选4门,1课时的课选2门,情况数为 $C_5^4 \times C_5^2=50$ 种;③2课时的课选3门,1课时的课选4门,情况数为 $C_5^3 \times C_5^4=50$ 种,故选专业技能课的情况数为 $1+50+50=101$ 种。所以可选择的课程组合共有 $56 \times 101=5656$ 种。故正确答案为A。

(2) 乘法原理

核心知识

乘法原理:一件事情,需要 n 个步骤才能完成,并且每步又分别存在 m_1 、 m_2 、 $m_3 \dots m_n$ 种不同方法,则完成这件事情共有 $(m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n)$ 种方法

经典例题

【例1】某商场开展“助农销售”活动,凡购买某种农产品满300元者可获得一个礼盒,其中装有6种干货中的随机3种各1小袋,以及1袋小米或红豆。问内容不完全相同的礼盒共有多少种可能? ()

A. 30

B. 40

C. 45

D. 50

【答案】B

【解析】第一步,本题考查排列组合问题。

第二步,分步考虑,首先从6种干货中随机选3种各1小袋,有 $C_6^3=20$ 种,其次从1袋小米或者红豆中选择一种,有 $C_2^1=2$ 种,故内容不完全相同的礼盒共有 $20 \times 2=40$ 种。

因此,选择B选项。



(3) 捆绑法

核心知识

相邻元素——捆绑法

经典例题

【例 1】四对情侣排成一队买演唱会门票，已知每对情侣必须排在一起，问共有多少种不同的排队顺序？（ ）

A. 24 种

B. 96 种

C. 384 种

D. 40320 种

【答案】C

【解析】共有 $A_4^4 \times 24 = 384$ 种排队顺序。故选 C。

(4) 插空法

核心知识

不相邻——插空法

经典例题

【例 1】把 12 棵同样的松树和 6 棵同样的柏树种植在道路两旁，每侧种植 9 棵，要求每侧的柏树数量相等且不相邻，且道路起点和终点处两侧种植的都必须是松树。问有多少种不同的种植方法？（ ）

A. 36

B. 50

C. 100

D. 400

【答案】C

【解析】先考虑一侧：每侧柏树 3 棵，松树 6 棵，将 3 棵柏树插入 6 棵松树形成的 5 个空中，有 $C_5^3 = 10$ 种方法。则有 $10 \times 10 = 100$ 种方法。故选 C。



(5) 间接法

核心知识

在解决排列组合问题时，往往遇到直接进行解题步骤多，不易计算。那么此时可以考虑先计算出总的情况数，然后计算出不满足要求的情况数，最后用总的情况数减去不满足的情况数即得最后答案。此方法就是间接法

经典例题

【例 1】三行列间距相等共有九盏灯，任意亮起其中的三盏组成一个三角形，持续 5 秒后换另一个三角形，那么如此持续亮。亮完所有的三角形组合至少需要多少秒？（ ）

A. 380

B. 390

C. 410

D. 420

【答案】A

【解析】不在同一直线上的 3 个点可构成一个三角形。9 个点可构成一个三角形，但此时三横三竖两斜共 8 种组合三 points 在同一直线上，构不成三角形，故所有三角形有 $84-8=76$ 个。每个 5 秒钟，共 $76 \times 5=380$ 秒。答案为 A 选项。

(6) 错位重排

核心知识

错位重排即全部错位。

公式：0、1、2、9、44

经典例题

【例 1】相邻的 4 个车位中停放了 4 辆不同的车，现将所有车开出后再重新停入这 4 个车位，要求所有车都不得停在原来的车位中，则一共有多少种不同的停放方式？（ ）

A. 9

B. 12

C. 14

D. 16

(7) 平均分組

把不同的元素“平均”分到不同的位置。

D. 90

D. 90

D. 60 种



【答案】B

【解析】

由于甲学校连续参观两天，故先安排甲，甲参加的时间可能为“周一和周二、周二和周三、周三和周四、周四和周五”共4种情况。甲安排好后，工作日还差3天未安排，故在其中选择2天安排乙和丙，情况数为 A_3^2 种。故总的情况数 $=4 \times A_3^2 = 24$ 种。故正确答案为B。

练2. 一张节目表上原有3个节目，如果保持这3个节目的相对顺序不变，再添进去2个新节目，有多少种安排方法？（ ）

A. 20

B. 12

C. 6

D. 4

【答案】A

【解析一】根据相对位置的不同，分为下面两类情况：第一类：新添加进去的两个节目位置相邻，根据“先捆后松”原则，先将这两个新节目看成一个整体插入到原有3个节目形成的四个空位中，之后再将这两个元素全排列，有 $C(4, 1) \times A(2, 2) = 8$ 种方法；第二类：新添加进去的两个节目位置不相邻，利用插空法将这两个节目插入到原有3个节目形成的四个空位中，有 $A(4, 2) = 12$ 种方法；根据加法原理，共有不同排法 $12+8=20$ 种。因此，选A。

【解析二】根据限制条件“保持这3个节目的相对顺序不变”，可以分步将2个节目插入到3个节目中。第一步：第一个节目插入到3个节目形成的4个空位中，则有 $C_4^1 = 4$ 种方法；第二步：第二个节目插入到4个节目形成的5个空位中，则有 $C_5^1 = 5$ 种方法。根据乘法原理，共有 $4 \times 5 = 20$ 种。因此，选A。

练3. 为加强机关文化建设，某市直机关在系统内举办演讲比赛，3个部门分别选出3、2、4名选手参加比赛，要求每个部门的参赛选手比赛顺序必须相连，问不同参赛顺序的种数在以下哪个范围之内？（ ）

A. 小于1000

B. 1000—5000

C. 5001—20000

D. 大于20000

【答案】B

练 4. 五个瓶子都贴了标签, 其中恰好贴错了三个, 贴错的可能情况共有多少种?

D. 20

练 5. 将 10 名运动员平均分成两组进行对抗赛, 问有多少种不同的分法? ()

D. 252

06 讲 概率问题

核心知识

方法二、排列组合的方法解概率问题：加法原理、乘法原理



方法三、间接法解概率问题

经典例题

【例 1】小王从编号分别为 1、2、3、4、5 的 5 本书中随机抽出 3 本，那么，这 3 本书的编号恰好为相邻三个整数的概率为（ ）。

- A. $\frac{1}{2}$
- B. $\frac{2}{5}$
- C. $\frac{3}{10}$
- D. $\frac{3}{5}$

【答案】 C

本题考查概率问题，从 5 本书中随机抽出 3 本，总数为 $C_5^3 = 10$ 。这 3 本书的编号恰好为相邻三个整数只有 123，234，345 三种情况，故满足条件的数为 3。故 $P(A) = \frac{3}{10}$ 。故正确答案为 C。

【例 2】甲乙两人相约骑共享单车运动健身。停车点现有 9 辆单车，分属 3 个品牌，各有 2、3、4 辆。假如两人选择每一辆单车的概率相同，两人选到同一品牌单车的概率约为（ ）。

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{2}{9}$
C. $\frac{5}{18}$ D. $\frac{1}{3}$

【答案】 C

假设三个品牌分别为 a、b、c，两人各选一辆单车的情况数共有 $C_9^2 = 36$ 种。两人选到同一品牌的单车，有以下三种情况：两人同时选到 a，b，c 三种品牌的情况数分别为 $C_2^2 = 1$ ； $C_3^2 = 3$ ； $C_4^2 = 6$ ；



则两人选到同一品牌单车的概率为 $P(A) = \frac{1+3+6}{36} = \frac{5}{18}$ 。

故正确答案为 C。

【例 3】根据天气预报，未来 4 天中每天下雨的概率均为 0.7，则未来 4 天中仅有 1 天下雨的概率为多少？（ ）

A. 0.0832

B. 0.0756

C. 0.832

D. 0.756

【答案】B

【解析】 $C_4^1 \times 0.7^1 \times (1-0.7)^{4-1}$

【例 4】两个大人带四个孩子去坐只有六个位置的圆型旋转木马，那么两个大人不相邻的概率为（ ）。

A. $\frac{2}{5}$

B. $\frac{3}{5}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{1}{3}$

【答案】B

【解析】方法一：六个人坐在圆型旋转木马的情况总数为 $A_{6-1}^{6-1} = A_5^5 = 120$ 。题目要求大人不相邻，用插空法。因此现先排四个孩子去坐，情况数为 $A_{4-1}^{4-1} = A_3^3$ ，又四个孩子之间可形成 4 个空，再让两个大人各选一个空坐，情况数为 A_4^2 ，故两个大人不相邻的情况数为 $A_3^3 \times A_4^2 = 72$ ，题目所求概率为 $\frac{72}{120} = \frac{3}{5}$ 。

方法二：间接法解题，六个人全排列-两个大人相邻的情况即为所求，六个人坐在圆型旋转木马的情况总数为 $A_{6-1}^{6-1} = A_5^5 = 120$ 。两个大人相邻情况数为 $A_2^2 \times A_{5-1}^{5-1} = 2 \times 24 = 48$ ，题目所求概率为 $1 - \frac{48}{120} = \frac{3}{5}$ 。

故正确答案为 B。

备注：n 个人随机围绕圆桌就坐，情况数为 A_{n-1}^{n-1} 。



【例 5】南部某战区一个 10 人小分队里有 6 人是特种兵，某次突击任务需派出 5 人参战，若抽到 3 名或 3 名以上特种兵可成功完成突击任务，那么成功完成突击任务的概率有多大？（ ）

A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{29}{42}$

D. $\frac{31}{42}$

【答案】D

【解析】间接法解题，总情况数-不能完成任务的情况数即为所求。总情况数为：10 人小分队里有 6 人是特种兵，则可得出另外 4 人是非特种兵，现派出 5 人参战，共有 $C_{10}^5 = 252$ 。

若不能成功完成突击任务，则 5 名参战队员中只有 1 名特种兵或 2 名特种兵，共有 $C_6^1 C_4^4 + C_6^2 C_4^3 = 6 + 60 = 66$ 种情况。

则成功完成突击任务的概率 $P = 1 - \frac{\text{不满足条件数}}{\text{总数}} = 1 - \frac{66}{252} = 1 - \frac{11}{42} = \frac{31}{42}$ 。

故正确答案为 D。

【拓展训练】

练 1. 在一次产品质量抽查中，某批次产品被抽出 10 件样品进行检验，其中恰有两件不合格品，如果对这 10 件样品逐件进行检验，则这两件不合格品恰好在第五次被全部检出的概率是（ ）。

A. $\frac{4}{45}$

B. $\frac{2}{45}$

C. $\frac{1}{45}$

D. $\frac{1}{90}$

【答案】A

【解析】要使两件不合格品恰好在第五次被全部检出，即一件不合格品在前四次被检出，一件在第五次被检出，概率为 $\frac{C_4^1 \times 1}{C_{10}^2} = \frac{4}{45}$ 。答案选 A。

练 2. 某次考试小明全对的概率为 80%，小宁全对的概率为 70%，那么这次考试

D. 0.94

则只有一人全对的概率= $0.24+0.14=0.38$ 。故正确答案为 B。

D. 80%

有 $C_3^2 = 3$ 种。则至少有一个男职员的概率为 $1 - \frac{3}{10} = 70\%$ 。故答案选 B。

核心知识

通过和来确定最大值或最小值。

经典例题

D. 260



【答案】D

【解析】单人+双人+三人=100，三人床位 x 个。要想床位最多，应三人间最多，则单人间和双人间应最少。根据极端法单人应该是最少为 10，双人为 20， $10+20+x=100$ ，则 $x=70$ 。一共有多少床位？ $10 \times 1 + 20 \times 2 + 70 \times 3 = 260$ 个床位。故答案选 D。

【例 2】某连锁企业在 10 个城市共有 100 家专卖店，每个城市的专卖店数量都不同。如果专卖店数量排名第 5 多的城市有 12 家专卖店，那么专卖店数量排名最后的城市，最多有几家专卖店？（ ）

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

【答案】C

【解析】要使最后一名数量最多，则前面的尽量少，第五名是 12，且每个城市专卖店的数量都不同，则前四是 16，15，14，13，则后五名是 30，设最后是 x ，后五名是 x ， $x+1$ ， $x+2$ ， $x+3$ ， $x+4$ 。可列方程 $5x+10=30$ ，得 $x=4$ 。故答案选 C。

【例 3】某地 10 户贫困户共申请扶贫小额信贷 25 万元。已知每人申请金额都是 1000 元的整数倍，申请金额最高的农户申请金额不超过申请金额最低农户的 2 倍，且任意 2 户农户的申请金额都不相同。问申请金额最低的农户最少可能申请多少万元信贷？（ ）

A. 1.8

B. 1.7

C. 1.6

D. 1.5

【答案】C

【解析】已知 10 户贫困农户共申请 25 万元，要使金额最低的农户申请的金额最少，则令其他农户申请的金额尽可能多。题目中已知申请金额最高的农户申请金额不超过申请金额最低农户的 2 倍，可设申请金额最低的农户申请 x 万元，则最高申请为 $2x$ 万元，且任意 2 户农户的申请金额都不相同，同时每人的申请金额都是 1000 元（0.1 万元）的整数倍，则根据这些条件可构造出下表。

排名	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
申请金额	$2x$	$2x-0.1$	$2x-0.2$	$2x-0.3$	$2x-0.4$	$2x-0.5$	$2x-0.6$	$2x-0.7$	$2x-0.8$	x



则

$2x + (2x - 0.1) + (2x - 0.2) + (2x - 0.3) + (2x - 0.4) + (2x - 0.5) + (2x - 0.6) + (2x - 0.7) + (2x - 0.8) + x = 25$, 即 $18x - 3.6 + x = 25$, 解得 $x = 1.5^+$, 由于每人的申请金额都是 1000 元 (0.1 万元) 的整数倍, 则 x 最少为 1.6 万元。故正确答案为 C。

【拓展训练】

练 1. 某次期末考试, 一共 6 科, 每科最高 100 分。小明 6 科的平均分是 86 分, 每科的分数都不一样, 且均为整数, 最低分是 73 分, 没有科目满分。则得分第三高的科目至少能得多少分? ()

A. 94

B. 88

C. 83

D. 80

【答案】C

【解析】要使第三高的分数尽量少, 则其他科目分数应尽量多。设得分第三高的科目为 x 分, 由于没有满分科目, 则可列式: $99 + 98 + x + x - 1 + x - 2 + 73 = 86 \times 6$, 得 $x = 83$ 分。则第三高的科目至少能得 83 分。故答案选 C。

练 2. 某高校计划招聘 81 名博士, 拟分配到 13 个不同的院系, 假定院系 A 分得的博士人数比其他院系都多, 那么院系 A 分得的博士人数至少有多少名? ()

A. 6

B. 7

C. 8

D. 9

【答案】C

【解析】根据题意, 要使院系 A 分得的博士尽量少, 则其他院系分得的博士应尽量多, 则可设院系 A 分得的博士人数为 x , 其他院系人数最多为 $x - 1$ 。因共有 81 名博士, 则 $x + 12 \times (x - 1) = 81$, 解得 $x \approx 7.15$, 则院系 A 分得的博士人数至少有 8 名。

故正确答案为 C。

08 讲 几何问题

核心知识



(1) 平面几何

(2) 立体几何

(3) 应用几何

经典例题

【例 1】某单位准备扩建一矩形花圃，若将矩形花圃的长和宽各增加 4 米，则新矩形花圃的面积比原来的面积增加了 40 平方米。那么，原矩形花圃的周长是多少？

()

A. 12 米

B. 24 米

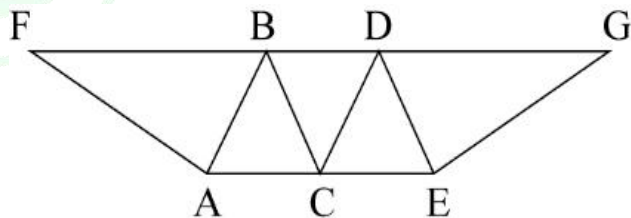
C. 32 米

D. 40 米

【答案】A

【解析】几何问题。假设原矩形花圃的长和宽分别为 x 、 y 。则增加后的面积为 $(x+4) \times (y+4)$ ，增加前的面积为 xy 。则可列方程： $(x+4) \times (y+4) - xy = 40$ ，整理得 $4x + 4y = 24$ ，则原矩形花圃周长为 $2x + 2y = 12$ 米。故答案选 A。

【例 2】在一块下图所示的梯形土地中种植某种产量为 1.2 千克/平方米的作物。已知该梯形的高为 100 米，ABC、BCD 和 CDE 为正三角形，且 BAF 和 DEG 的角度都是 90 度，问该土地的总产量为多少吨？()



A. $\frac{72}{\sqrt{3}}$

B. $\frac{84}{\sqrt{3}}$

C. $\frac{108}{\sqrt{6}}$

D. $\frac{126}{\sqrt{6}}$

【答案】B

【解析】解法一



第一步，本题考查几何问题，属于平面几何类。

第二步，设正三角形边长为 a ，由于中间三个三角形都是正三角形，可知 $\angle ABF=60^\circ$ ，又 $\angle BAF=90^\circ$ ，那么 $BF=2AB=2a$ ，可知梯形的上底边是 $2a+a+2a=5a$ ，下底边是 $2a$ ；可知梯形的面积为 $\frac{(5a+2a) \times 100}{2} = 350a$ 。根据三角函数定理，正三角

形高是边长的 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，即 $\frac{\sqrt{3}}{2}a=100$ ， $a=\frac{200}{\sqrt{3}}$ ，则面积为 $350 \times \frac{200}{\sqrt{3}} = \frac{70000}{\sqrt{3}}$ （平方米）。

总产量为 $\frac{70000}{\sqrt{3}} \times 1.2 = \frac{84000}{\sqrt{3}}$ （千克），即 $\frac{84}{\sqrt{3}}$ 吨。

因此，选择 B 选项。

解法二

第一步，本题考查几何问题，属于平面几何类。

第二步，由于中间三个三角形都是正三角形，可知 $\angle ABF=60^\circ$ ，又 $\angle BAF=90^\circ$ ，那么 $BF=2AB$ ；边上两个直角三角形拼凑在一起是一个大正三角形且边长是小正三角形的 2 倍，那么面积是小正三角形面积的 4 倍。则整个图形是 7 个小正三角形的面积。

第三步，正三角形高是边长的 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 倍，可知边长为 $\frac{200}{\sqrt{3}}$ ，则面积为 $\frac{1}{2} \times \frac{200}{\sqrt{3}} \times 100 = \frac{10000}{\sqrt{3}}$ （平方米）。总产量为 $\frac{10000}{\sqrt{3}} \times 7 \times 1.2 = \frac{84000}{\sqrt{3}}$ （千克），即 $\frac{84}{\sqrt{3}}$ 吨。

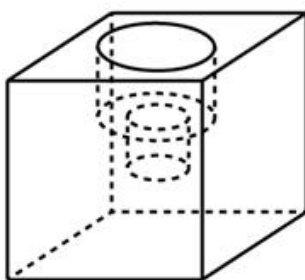
【例 3】小庄要制作一个工业模具。他在一个边长 4 厘米的正方体上表面正中心位置向下挖掉一个直径 2 厘米、高 2 厘米的圆柱体，接着再向下挖掉一个直径 1 厘米、高 1 厘米的小圆柱体（如右图所示）。那么，该模具的表面积约为多少平方厘米？（ ）

A. 82.8

B. 108.6

C. 111.7

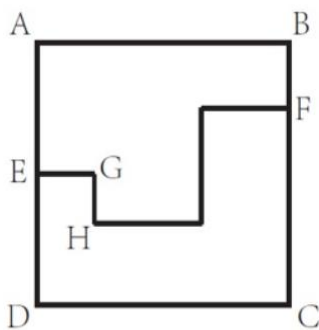
D. 114.8



【答案】C

【解析】由于挖掉的大小圆柱体底面的面积，可以叠加还原成最上层的表面，故不需要单独计算圆柱体底面积，只需要计算侧面积即可。边长4厘米的正方体的表面积为 $6 \times 4 \times 4 = 96$ 平方厘米。中心位置一个直径2厘米、高2厘米的圆柱体侧面积 $= 2\pi rh = 2\pi \times 2 = 4\pi$ 平方厘米，一个直径1厘米、高1厘米的小圆柱体侧面积 $= 2\pi rh = \pi \times 1 = \pi$ 平方厘米。那么，该模具的表面积约为 $96 + 4\pi + \pi = 96 + 5\pi \approx 96 + 5 \times 3.14 = 111.7$ 平方厘米。故正确答案为C。

【例4】右图中ABCD为边长10米的正方形路线，E为AD中点，F为与B相距3米的BC上一点，从E点到F点有小路EGHF，小路的每一段都与AB垂直或平行，且GH相距2米。甲经EABF从E点匀速运动到F点用时9秒，则其以相同速度经EGHF从E点匀速运动到F点用时多少秒？（ ）



A. 12

B. 10

C. 9

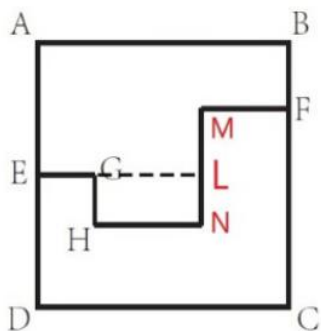
D. 8

【答案】D

【解析】根据题意，正方形边长为10米，E为边AD的中点，因此 $AE = 5$ 米。在图中绘制辅助线GL，GL平行于AB。因为小路的每一段都与AB垂直或者平行，因

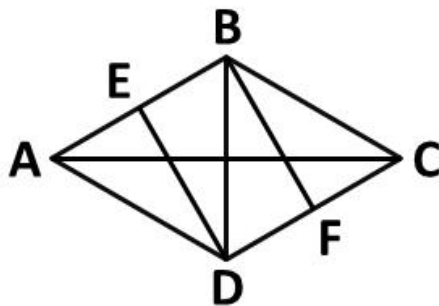


此 $AB = EG + HN + MF = 10$ 米 , $LN = GH = 2$ 米 ,
 $ML = AE - BF = 5 - 3 = 2$ 米 。 计 算 运 动 路 程 ,
 $EABF = AE + AB + BF = 5 + 10 + 3 = 18$ 米 ,
 $EGHF = (EG + HN + MF) + GH + LN + ML = 10 + 2 + 2 + 2 = 16$ 米。



已知甲经 $EABF$ 从 E 点匀速运动到 B 点用时 9 秒, 根据行程公式, 速度一定时, 时间与路程成正比。则 $EGHF$ 用时 $= \frac{16}{18} \times 9 = 8$ 秒。故正确答案为 D。

【例 5】一块由两个正三角形拼成的菱形土地 $ABCD$ 周长为 800 米, 土地周围和中间的道路如下图所示, 其中 DE 、 BF 分别与 AB 和 CD 垂直。如要从该土地上任何一点出发走完每一段道路, 问需要行进的距离最少是多少米? ()



- A. $1000 + 400\sqrt{3}$ B. $1100 + 400\sqrt{3}$
 C. $1100 + 500\sqrt{3}$ D. $1000 + 600\sqrt{3}$

【答案】B

【解析】对于一个连通图形, 当图形中奇点 (从该点出发的线段总数为奇数) 的数量为 2 或没有奇点时, 图形可以不重复的一笔画出。题干图形中, 有四个奇点, A 、 C 、 E 、 F , 若再画一条连接这四点中任意两点的曲线, 使奇点数变为 2, 这个图形



就可以一笔画出。因此，图中 AE（或 CF）需重复走一次。即题中要求的最短距离即图中不重复线段的长度之和再加 AE（或 CF）的长度。则最短距离为 $200 \times 5 + 100 \times 4 + 100 = 1100 + 400$ ，故答案选择 B。

【例 6】在直径 10 米的圆形小广场上放置了 7 根旗杆，将距离最近的两根旗杆用绳子连起来，问绳子的长度最长可能为多少米？（ ）

A. $\sqrt{5}$

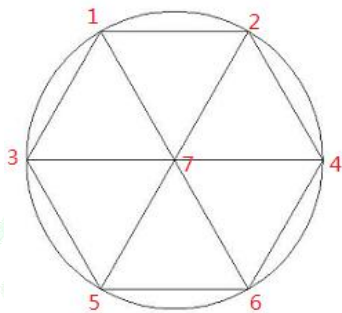
B. $\sqrt{10}$

C. 5

D. $5\sqrt{2}$

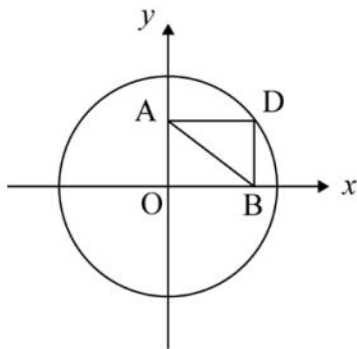
【答案】C

【解析】要使连接距离最近的两根旗杆绳子的长度最长，就应该使旗杆离得最近的两根离得尽可能远，可以如此构造，即中间圆心一根，另外 6 根均匀分布于圆周，所以绳子长度最长即为半径 5 米。故答案选择 C。



【拓展训练】

练 1. 如图所示，在一个半径为 6 米的圆形土地中，有一块长方形花田 OBDA，据此可知，从 A 点走到 B 点的直线距离为多少米？（ ）





- A. 5.3 B. 5.6
C. 6 D. 6.1

【答案】C

【解析】已知 OBDA 为长方形，长方形中两条对角线相等，故。

$AB = OD = \text{圆的半径} = 6$

故正确答案为 C。

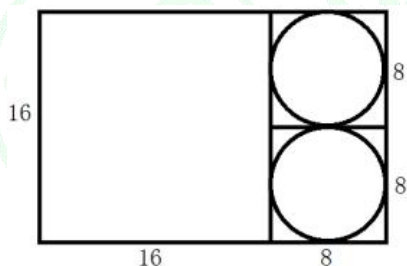
练 2. 将一块长 24 厘米、宽 16 厘米的木板分割成一个正方形和两个相同的圆形，其余部分弃去不用。在弃去不用的部分面积最小的情况下，圆的半径为多少厘米？

()

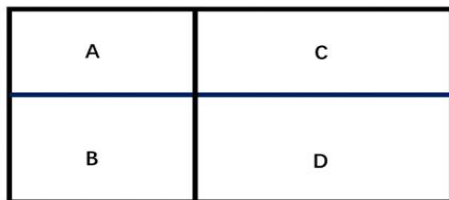
- A. $2\sqrt{2}$ B. 4
C. $3\sqrt{2}$ D. 8

【答案】B

【解析】若要求弃去不用的面积最小，则分割出的面积应尽可能大。则正方形的边长为 16. 其余部分分割两个圆形。则长方形分为左边边长为 16 的正方形，右边上下分为两个直径为 8 的圆，故半径为 4。



练 3. 村民陶某承包一块长方形种植地，他将地分割成如图所示的 4 个小长方形，在 A、B、C、D 四块长方形土地上分别种植西瓜、花生、地瓜、水稻，其中长方形 A、B、C 的周长分别是 20 米、24 米、28 米，那么长方形 D 的最大面积是 ()。





A. 42 平方米

B. 49 平方米

C. 64 平方米

D. 81 平方米

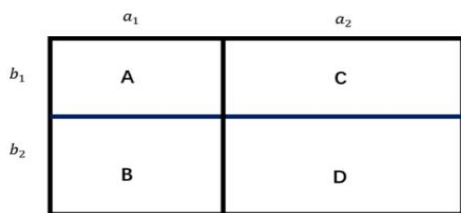
【答案】C

【解析】几何问题。如图所示，假设长方形 A 的长和宽分别为 a_1 和 b_1 ，长方形 B 的长和宽分别为 a_1 和 b_2 ，长方形 C 的长和宽分别为 a_2 和 b_1 。根据题干已知信息可列出

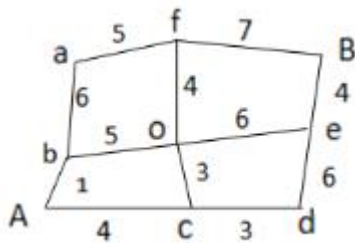
$$\text{方程组} \begin{cases} 2(a_1 + b_1) = 20 \text{ 米} \\ 2(a_1 + b_2) = 24 \text{ 米} \\ 2(a_2 + b_1) = 28 \text{ 米} \end{cases}, \text{整理方程组可得: } a_2 + b_2 = 16 \text{ 米。根据几何性质“在}$$

平面几何中，若周长一定，越接近于圆，面积越大，圆的面积最大”，可知，最接近圆的长方形为正方形，因此长方形 D 为长、宽均为 8 米的正方形，则面积为： $8 \times 8 = 64$ 平方米。

故正确答案为 C。



练 4. 小王从 A 地开车去往 B 地，右图是一张道路示意图，每段路上的数字表示两地之间的距离（单位：千米）。如果汽车百公里耗油量为 10 升，油价 6.5 元/升，问小王从 A 地去往 B 地至少要消耗价值多少元的燃油？（ ）



A. 9.5

B. 10.4

C. 12.3

D. 13.1

【答案】B**【解析】**



根据图示，则小王从 A 地至 B 地共六种走法：

① $A-c-d-e-B$ ，路程为 $4+3+6+4=17$ 公里；

② $A-c-o-e-B$ ，路程为 $4+3+6+4=17$ 公里；

③ $A-c-o-f-B$ ，路程为 $4+3+4+7=18$ 公里；

④ $A-b-a-f-B$ ，路程为 $1+6+5+7=19$ 公里；

⑤ $A-b-o-f-B$ ，路程为 $1+5+4+7=17$ 公里；

⑥ $A-b-o-e-B$ ，路程为 $1+5+6+4=16$ 公里；

要使油价最少，应选择最短的路径行驶，即第⑥种。汽车每百公里耗油 10 升，油价 6.5 元/升，则总油价 $=16 \times 6.5 = 10.4$ 元。故正确答案为 B。